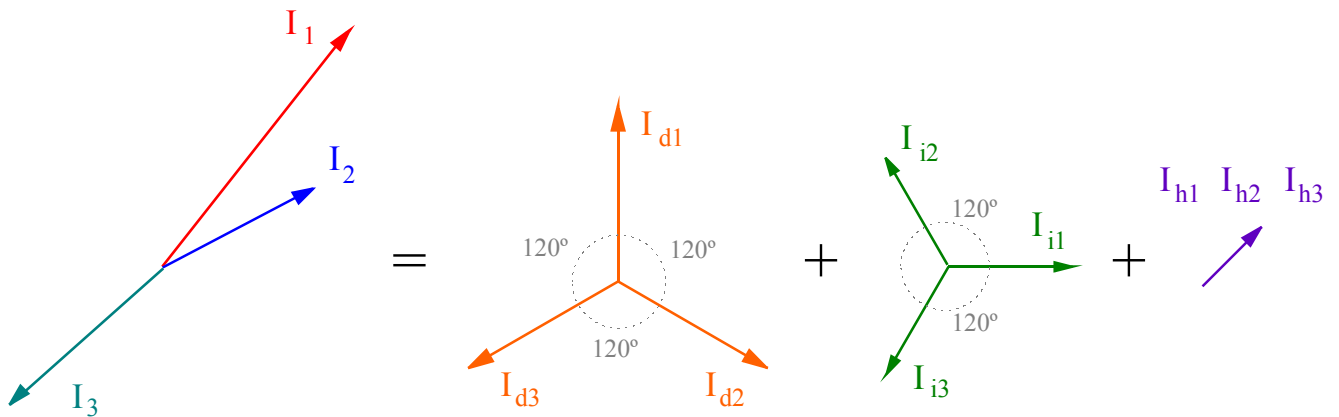




Capítulo 3.

SISTEMAS ASIMÉTRICOS LINEALES.

TEOREMA DE STOKVIS.



$$\begin{aligned} \bar{I}_1 &= \bar{I}_{d1} + \bar{I}_{i1} + \bar{I}_{h1} \\ \bar{I}_2 &= \bar{I}_{d2} + \bar{I}_{i2} + \bar{I}_{h2} = a^2 \bar{I}_{d1} + a \bar{I}_{i1} + \bar{I}_{h1} \\ \bar{I}_3 &= \bar{I}_{d3} + \bar{I}_{i3} + \bar{I}_{h3} = a \bar{I}_{d1} + a^2 \bar{I}_{i1} + \bar{I}_{h1} \end{aligned}$$

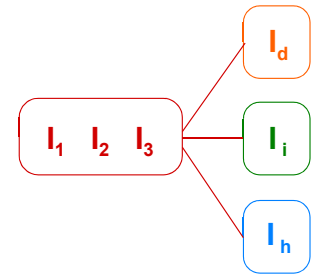
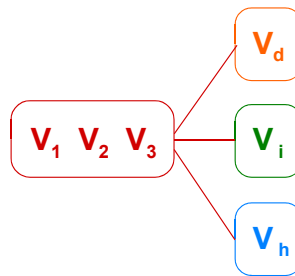
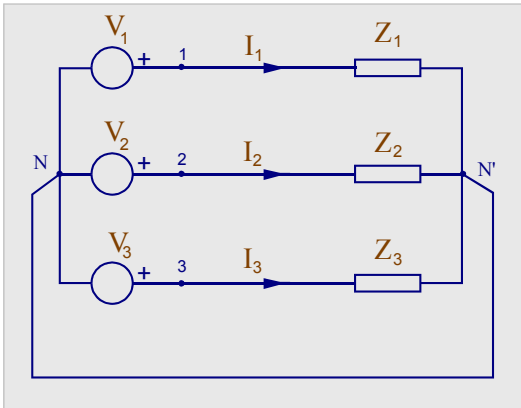
$$\begin{aligned} \bar{I}_{d1} &= \frac{1}{3}(\bar{I}_1 + a \bar{I}_2 + a^2 \bar{I}_3) \\ \bar{I}_{i1} &= \frac{1}{3}(\bar{I}_1 + a^2 \bar{I}_2 + a \bar{I}_3) \\ \bar{I}_{h1} &= \frac{1}{3}(\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3) \end{aligned}$$

GRADO DE DESEQUILIBRIO Y GRADO DE ASIMETRÍA.

CAPÍTULO 3

GRADOS DE DESEQUILIBRIO Y DE ASIMETRÍA.

Son dos coeficientes que indican la importancia de la ineficiencia por asimetría.



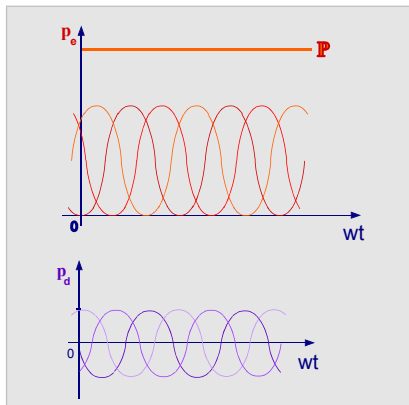
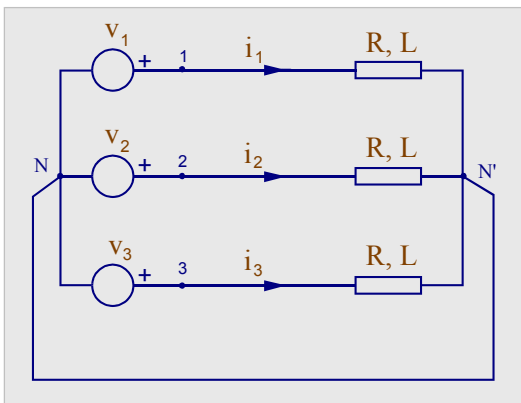
Grado de desequilibrio: relación entre la componente inversa y la componente directa.

$$G_D = \frac{I_i}{I_d}$$

Grado de asimetría: relación entre la componente homopolar y la componente directa.

$$G_A = \frac{I_h}{I_d}$$

FENÓMENOS ENERGÉTICOS EN SISTEMAS TRIFÁSICOS LINEALES.



La potencia instantánea se expresa como:

$$p(t) = \sum_{z=1}^3 v_{dz} \cdot i_{dz} = \sum_{z=1}^3 v_{dz} \cdot (i_{adz} + i_{rdz})$$

apreciándose directamente dos fenómenos:

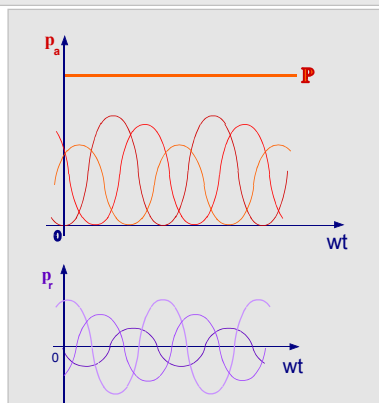
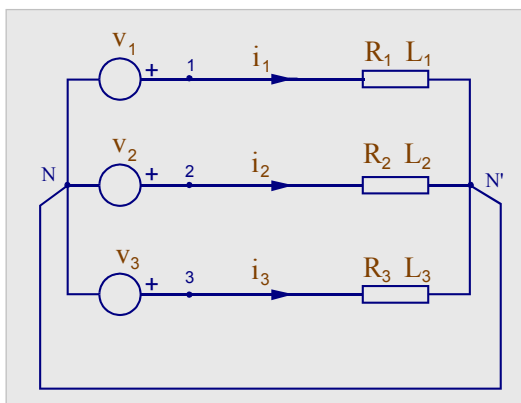
Transferencia de energía útil, definido por tres flujos unidireccionales de potencia:

$$p_e(t) = \sum_{z=1}^3 v_{dz} \cdot i_{adz}$$

Desfase, determinado por tres flujos sinusoidales y equilibrados de potencia:

$$p_d(t) = \sum_{z=1}^3 v_{dz} \cdot i_{rdz}$$

SISTEMAS TRIFÁSICOS LINEALES DESE-
QUILIBRADOS EN CARGAS.



Las tensiones son equilibradas pero las corrientes tienen ahora distinto valor y desfase:

$$\begin{aligned} v_1(t) = v_{d1}(t) = V\sqrt{2} \cdot \text{sen}wt & & i_1(t) = I_1\sqrt{2} \cdot \text{sen}(wt - \varphi_1) \\ v_2(t) = v_{d2}(t) = V\sqrt{2} \cdot \text{sen}(wt - 120^\circ) & & i_2(t) = I_2\sqrt{2} \cdot \text{sen}(wt - \varphi_2 - 120^\circ) \\ v_3(t) = v_{d3}(t) = V\sqrt{2} \cdot \text{sen}(wt - 240^\circ) & & i_3(t) = I_3\sqrt{2} \cdot \text{sen}(wt - \varphi_3 - 240^\circ) \end{aligned}$$

Las teorías tradicionales mantienen la existencia de sólo dos fenómenos, dado que en la expresión de la potencia instantánea advierten únicamente dos tipos de flujos de potencia, unidireccionales y bidireccionales:

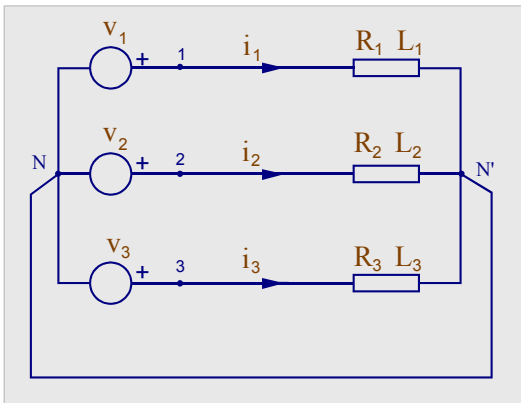
$$\begin{aligned} p(t) &= v_1 \cdot i_1 + v_2 \cdot i_2 + v_3 \cdot i_3 = \\ &= VI_1 \cos \varphi_1 \cdot [1 - \cos 2wt] - VI_1 \text{sen} \varphi_1 \cdot \text{sen} 2wt + \\ &+ VI_2 \cos \varphi_2 \cdot [1 - \cos 2(wt - 120^\circ)] - VI_2 \text{sen} \varphi_2 \cdot \text{sen} 2(wt - 120^\circ) + \\ &+ VI_3 \cos \varphi_3 \cdot [1 - \cos 2(wt - 240^\circ)] - VI_3 \text{sen} \varphi_3 \cdot \text{sen} 2(wt - 240^\circ) \end{aligned}$$

Con la diferencia respecto del sistema equilibrado de que los flujos unidireccionales de potencia tienen distinto valor medio en cada fase y los flujos bidireccionales son de distinta amplitud.

Las teorías clásicas no admiten la existencia de energías resultantes del desequilibrio.

CAPÍTULO 3

SISTEMAS TRIFÁSICOS LINEALES DESE- QUILIBRADOS EN CARGAS.



Las corrientes tienen las siguientes componentes:

$$\begin{aligned} i_1(t) &= i_{d1} + i_{i1} + i_{h1} = \\ &= I_d \sqrt{2} \cdot \text{sen}(wt - \varphi_d) + I_i \sqrt{2} \cdot \text{sen}(wt - \varphi_i) + I_h \sqrt{2} \cdot \text{sen}(wt - \varphi_h) \\ i_2(t) &= i_{d2} + i_{i2} + i_{h2} = \\ &= I_d \sqrt{2} \cdot \text{sen}(wt - \varphi_d - 120^\circ) + I_i \sqrt{2} \cdot \text{sen}(wt - \varphi_i + 120^\circ) + I_h \sqrt{2} \cdot \text{sen}(wt - \varphi_h) \\ i_3(t) &= i_{d3} + i_{i3} + i_{h3} = \\ &= I_d \sqrt{2} \cdot \text{sen}(wt - \varphi_d - 240^\circ) + I_i \sqrt{2} \cdot \text{sen}(wt - \varphi_i + 240^\circ) + I_h \sqrt{2} \cdot \text{sen}(wt - \varphi_h) \end{aligned}$$

A su vez, las corrientes de la misma secuencia que las tensiones (directa, en este caso) tienen dos componentes, efectiva y de desfase:

$$i_z(t) = i_{adz} + i_{rdz} + i_{iz} + i_{hz}$$

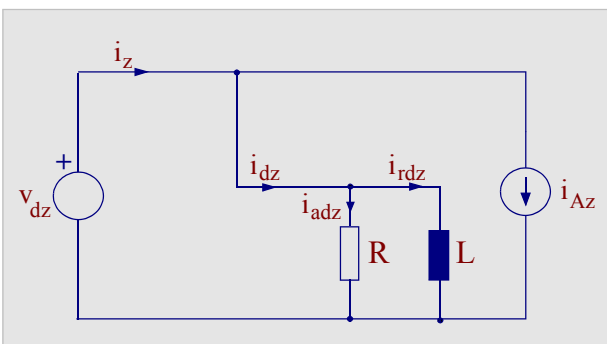
i_{adz} = corriente efectiva,
 i_{rdz} = corriente de desfase,
 $i_{Az} = i_{iz} + i_{hz}$ = corriente de asimetría.

Potencia instantánea:

$$\begin{aligned} p(t) &= \sum_{z=1}^3 v_z \cdot i_z = \sum_{z=1}^3 v_{dz} \cdot i_{adz} + \sum_{z=1}^3 v_{dz} \cdot i_{rdz} + \sum_{z=1}^3 v_{dz} \cdot (i_{iz} + i_{hz}) = \\ &= p_e(t) + p_d(t) + p_A(t) \end{aligned}$$

Las dos primeras componentes de la potencia instantánea son las mismas que hay en los sistemas equilibrados.

SISTEMAS TRIFÁSICOS LINEALES DESE- QUILIBRADOS EN CARGAS.



De la potencia instantánea se deducen tres fenómenos:

Transferencia de energía útil, definido por la componente efectiva:

$$p_e(t) = \sum_{z=1}^3 v_{dz} \cdot i_{adz}$$

Desfase, determinado por la componente de desfase:

$$p_d(t) = \sum_{z=1}^3 v_{dz} \cdot i_{rdz}$$

Asimetría, expresada por la componente de asimetría:

$$p_A(t) = \sum_{z=1}^3 v_{dz} \cdot (i_{iz} + i_{hz}) = \sum_{z=1}^3 v_{dz} \cdot i_{Az}$$

Cada uno de estos fenómenos está caracterizado por una corriente:

Corriente efectiva: i_{adz}

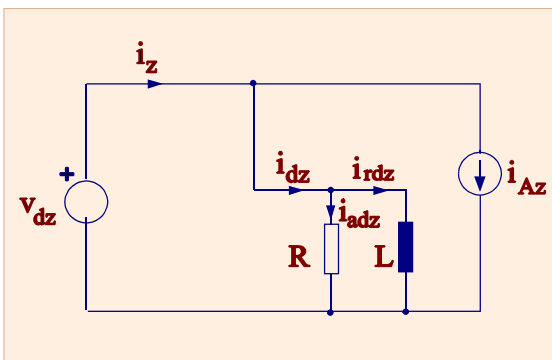
Corriente de desfase: i_{rdz}

Corriente de asimetría: $i_{Az} = i_{iz} + i_{hz}$



POTENCIA EN SISTEMAS TRIFÁSICOS LINEALES.

SISTEMAS TRIFÁSICOS DESEQUILIBRADOS EN CARGAS.



Componentes de las tensiones y corrientes según la Teoría Unificadora:

$$v_z(t) = v_{dz}(t) = V_d \sqrt{2} \cdot \text{sen}(wt - (z-1)120^\circ)$$

$$i_z(t) = i_{adz} + i_{rdz} + i_{iz} + i_{hz}$$

1. Expresión de la potencia instantánea en función de las componentes de tensiones y corrientes:

$$p(t) = \sum_{z=1}^3 v_z(t) \cdot i_z(t) = \sum_{z=1}^3 v_{dz} \cdot (i_{adz} + i_{rdz} + i_i + i_h)$$

$$p(t) = \sum_{z=1}^3 v_{dz} \cdot i_{adz} + \sum_{z=1}^3 v_{dz} \cdot i_{rdz} + \sum_{z=1}^3 v_{dz} \cdot (i_{iz} + i_{hz}) = p_e(t) + p_d(t) + p_A(t)$$

2. Aplicación de la analogía:

$$S_u^2 = 3^2 \cdot V_d^2 \cdot (I_{ad}^2 + I_{rd}^2 + I_i^2 + I_h^2)$$

$$S_u^2 = 3^2 \cdot V_d^2 \cdot I_{ad}^2 + 3^2 \cdot V_d^2 \cdot I_{rd}^2 + 3^2 \cdot V_d^2 \cdot (I_i^2 + I_h^2) = P_u^2 + Q_u^2 + A_u^2$$

3. Potencias:

<i>Potencia aparente</i>	$S_u = 3 V_d \sqrt{I_{ad}^2 + I_{rd}^2 + I_i^2 + I_h^2} = \sqrt{P_u^2 + Q_u^2 + A_u^2}$
<i>Potencia efectiva</i>	$P_u = 3 V_d \cdot I_{ad} = 3 V_d I_d \cos \varphi_d$
<i>Potencia de desfase</i>	$Q_u = 3 V_d \cdot I_{rd} = 3 V_d I_d \text{sen } \varphi_d$
<i>Potencia de asimetría</i>	$A_u = 3 V_d \sqrt{I_i^2 + I_h^2} = 3 V_d \cdot I_A$

CAPÍTULO 3

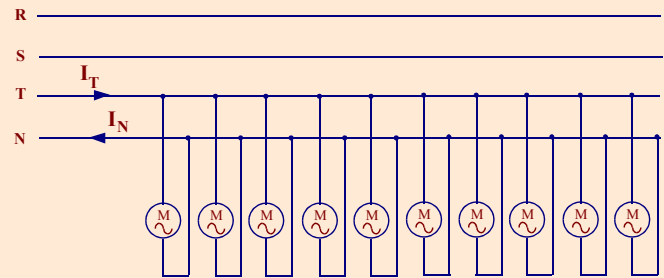
EJEMPLO 3.2:

Una instalación eléctrica está formada por 10 motores de inducción monofásicos, conectados entre la fase T y el neutro del secundario de un transformador trifásico, de tensiones sinusoidales y desequilibradas, de valores:

$$\bar{V}_{RN} = 220_{|0^\circ} \text{ (V)} \quad \bar{V}_{SN} = 220_{|-120^\circ} \text{ (V)} \quad \bar{V}_{TN} = 220_{|-240^\circ} \text{ (V)}$$

Cada motor absorbe una corriente de 1,86 A con un $\cos \phi = 0,63$. Determinar los valores de las potencias suministradas y de la eficiencia del sistema y compararlos con los que resultan de aplicar la Teoría Clásica.

SOLUCIÓN:



Corrientes de línea:

$$\bar{I}_R = \bar{I}_S = 0 \quad \bar{I}_T = 18,6_{|-291^\circ} \text{ (A)}$$

Componentes simétricas de las corrientes:

$$\bar{I}_d = \frac{1}{3}(\bar{I}_R + a\bar{I}_S + a^2\bar{I}_T) = 6,2_{|-51^\circ} \text{ (A)}$$

$$\bar{I}_i = \frac{1}{3}(\bar{I}_R + a^2\bar{I}_S + a\bar{I}_T) = 6,2_{|-171^\circ} \text{ (A)}$$

$$\bar{I}_h = \frac{1}{3}(\bar{I}_R + \bar{I}_S + \bar{I}_T) = 6,2_{|-291^\circ} \text{ (A)}$$

TEORÍA UNIFICADORA:

CORRIENTES:

Corriente efectiva:

$$I_{ad} = I_d \cdot \cos \phi_d = 6,2 \cdot \cos 51^\circ = 3,9 \text{ (A)}$$

Corriente de desfase: $I_{rd} = I_d \cdot \sin \phi_d = 4,8 \text{ (A)}$

Corriente de asimetría: $I_A = \sqrt{I_i^2 + I_h^2} = 8,768 \text{ (A)}$

POTENCIAS:

Potencia efectiva:

$$P_u = 3 \cdot V_d \cdot I_d \cdot \cos \phi_d = 2578 \text{ (W)}$$

Potencia de desfase:

$$Q_u = 3 \cdot V_d \cdot I_d \cdot \sin \phi_d = 3177,82 \text{ (VAr)}$$

Potencia de asimetría:

$$A_u = 3 \cdot V_d \cdot I_A = 5786,88 \text{ (VAa)}$$

Potencia aparente:

$$S_u = 3 \cdot \sqrt{(V_d^2 + V_i^2 + V_h^2) \cdot (I_d^2 + I_i^2 + I_h^2)} = 7087,56 \text{ (VA)}$$

EFICIENCIA:

Factor de eficiencia: $\varepsilon = \frac{P_u}{S_u} = 0,3637$

TEORÍA CLÁSICA:

CORRIENTES:

Corriente activa: $I_{aT} = I_T \cdot \cos \phi_T = 18,6 \cdot \cos 51^\circ = 11,718 \text{ (A)}$

Corriente reactiva: $I_{rT} = I_T \cdot \sin \phi_T = 18,6 \cdot \sin 51^\circ = 14,444 \text{ (A)}$

POTENCIAS:

Potencia activa:

$$P = V_{TN} \cdot I_{aT} = V_{TN} \cdot I_T \cdot \cos \phi_T = 2578 \text{ (W)}$$

Potencia reactiva:

$$Q = V_{TN} \cdot I_{rT} = V_{TN} \cdot I_T \cdot \sin \phi_T = 3177,82 \text{ (VAr)}$$

Potencia aparente:

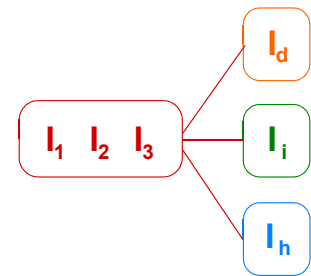
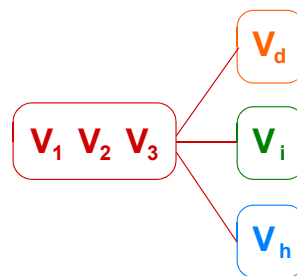
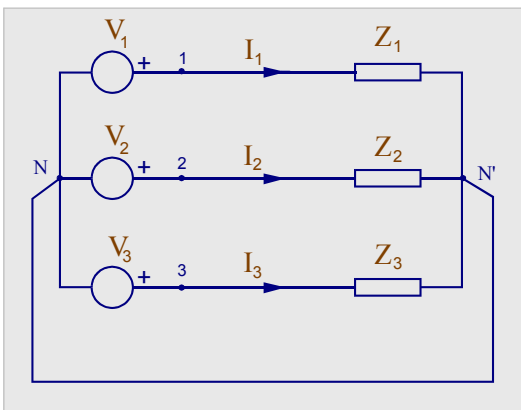
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 4092 \text{ (VA)}$$

EFICIENCIA:

Factor de potencia: $\lambda = \frac{P}{S} = 0,63$

CIRCUITOS EQUIVALENTES DE RECEPTORES TRIFÁSICOS LINEALES.

IMPEDANCIAS DIRECTA, INVERSA Y HOMOPOLAR.



Impedancia directa: es la relación entre la componente directa de la tensión aplicada a cada fase de un receptor y la componente directa de la corriente que origina.

$$Z_d = \frac{V_d}{I_d}$$

Impedancia inversa: es la relación entre la componente inversa de la tensión aplicada a cada fase de un receptor y la componente inversa de la corriente que origina.

$$Z_i = \frac{V_i}{I_i}$$

Impedancia homopolar: es la relación entre la componente homopolar de la tensión aplicada a cada fase del receptor y la corriente homopolar que origina.

$$Z_h = \frac{V_h}{I_h}$$

DEFINICIÓN:

Los circuitos equivalentes son representaciones gráficas que muestran por separado los fenómenos energéticos que se manifiestan durante el funcionamiento en régimen permanente de un receptor o instalación eléctrica.

UTILIDAD:

- 1. Analizar los efectos de cada fenómeno energético, diferenciando los que contribuyen a la eficiencia de aquellos que constituyen ineficiencias.**
- 2. Conocer por separado las causas de cada ineficiencia y su procedencia, generador o receptor.**
- 3. Establecer dispositivos adecuados de mejora de la eficiencia.**

Metodología para la obtención de los circuitos equivalentes.

CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA PARA LA OBTENCIÓN DE LOS CIRCUITOS EQUIVALENTES.

Un circuito equivalente debe dar lugar a las mismas manifestaciones energéticas que el receptor o instalación eléctrica que representa.

Para ello:

- 1) debe dar lugar a las mismas energías, expresadas por componentes de la potencia instantánea,
- 2) las corrientes absorbidas por el circuito equivalente deben ser las mismas que las del receptor o instalación eléctrica.

$$p(t) = \sum_{z=1}^3 v_{d1z} \cdot i_{ad1z} + \sum_{z=1}^3 v_{d1z} \cdot i_{rd1z} + \sum_{z=1}^3 \left(\sum_{j=i,h} v_{j1z} \cdot i_{j1z} + \sum_{j=k} v_{j1z} \cdot i_{k1z} \right) + \sum_{z=1}^3 \left(\sum_{n=2}^{\infty} v_{nz} \cdot i_{nz} + \sum_{\substack{n \neq m \\ n,m=d,i,h}} v_{nz} \cdot i_{mz} \right)$$

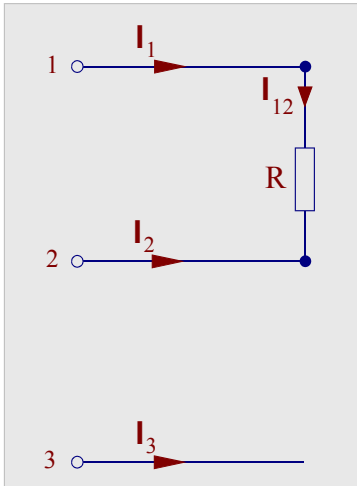
METODOLOGÍA.

1. Descomponer las tensiones y corrientes del receptor en todas sus componentes.
2. Formar tantas redes o conexiones trifásicas como componentes tengan las corrientes de línea.
3. Obtener los elementos de cada red aplicando la ley de Ohm, por relación entre las componentes de la tensión y la corriente correspondientes.

Circuitos equivalentes de receptores en triángulo con tensiones equilibradas.

CAPÍTULO 3

RECEPTORES EN TRIÁNGULO CON TENSIONES EQUILIBRADAS.



Sea una resistencia lineal conectada entre dos fases de un generador de tensiones equilibradas, de secuencia directa:

$$\bar{V}_{12} = V_{0^\circ} \quad \bar{V}_{23} = a^2 \cdot \bar{V}_{12} \quad \bar{V}_{31} = a \cdot \bar{V}_{12}$$

Las corrientes en las fases del receptor son:

$$\bar{I}_{12} = \frac{\bar{V}_{12}}{R} = G \cdot \bar{V}_{12}$$

$$\bar{I}_{23} = \bar{I}_{31} = 0$$

y sus componentes simétricas:

$$\bar{I}_{d12} = \frac{1}{3} G \cdot \bar{V}_{12} = \bar{I}_{ad12} \quad \bar{I}_{i12} = \frac{1}{3} G \cdot \bar{V}_{12} \quad \bar{I}_{h12} = \frac{1}{3} G \cdot \bar{V}_{12}$$

La potencia instantánea del receptor es:

$$p(t) = v_{d12} \cdot (\dot{i}_{d12} + \dot{i}_{i12} + \dot{i}_{h12}) + v_{d23} \cdot (\dot{i}_{d23} + \dot{i}_{i23} + \dot{i}_{h23}) + v_{d31} \cdot (\dot{i}_{d31} + \dot{i}_{i31} + \dot{i}_{h31})$$

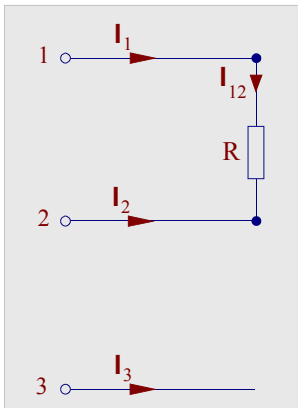
y las componentes de las corrientes de línea:

$$\bar{I}_{ad1} = \sqrt{3} \cdot \bar{I}_{ad12} \angle -30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} G \bar{V}_{12} \angle -30^\circ$$

$$\bar{I}_{i1} = \sqrt{3} \cdot \bar{I}_{i12} \angle 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} G \bar{V}_{12} \angle 30^\circ$$

El circuito equivalente debe tener la misma potencia instantánea y absorber las mismas corrientes de línea.

RECEPTORES EN TRIÁNGULO CON TENSIONES EQUILIBRADAS.



El circuito equivalente debe tener la misma potencia instantánea y absorber las mismas corrientes de línea.

El circuito equivalente está formado por dos conexiones trifásicas:

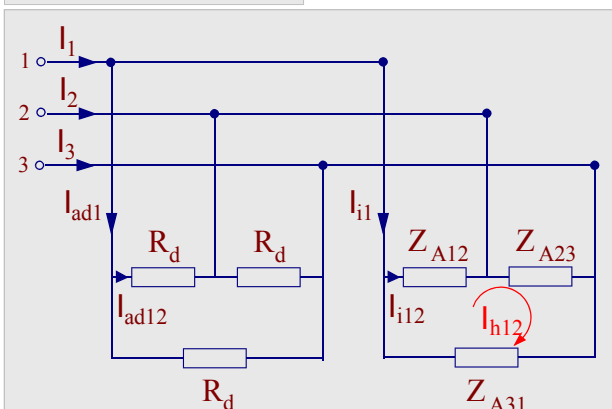
- RED DE TRANSFERENCIA DE ENERGÍA: es una conexión equilibrada, por cuyas fases circulan las corrientes activas de secuencia directa, formada por tres resistencias de valor igual a la resistencia directa del receptor:

$$R_d = \frac{\bar{V}_{12}}{\bar{I}_{ad12}} = 3R$$

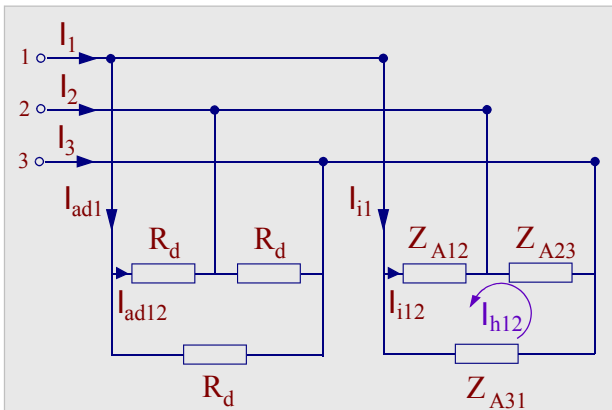
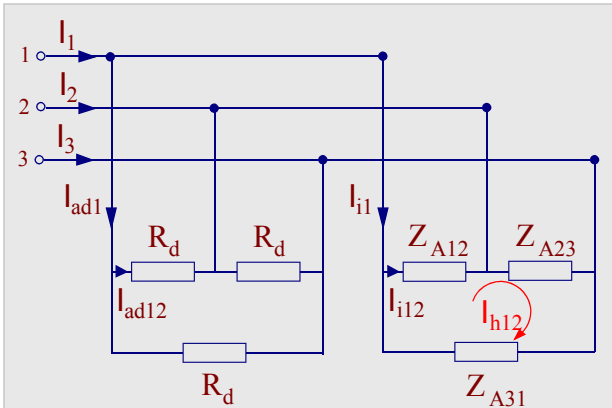
- RED DE ASIMETRÍA: es una red desequilibrada por cuyas fases circulan las corrientes de desequilibrio (inversa y homopolar).

La corriente homopolar está encerrada en las fases de la red de asimetría; por tanto, su sentido no afecta al valor de las corrientes de línea.

Dependiendo del sentido de la corriente homopolar se puede establecer dos redes de asimetría.



CAPÍTULO 3



RECEPTORES EN TRIÁNGULO CON TENSIONES EQUILIBRADAS.

Corriente homopolar con el mismo sentido del receptor real:

$$\bar{Z}_{A12} = \frac{\bar{V}_{12}}{\bar{I}_{i12} + \bar{I}_{h12}} = \frac{3}{2}R$$

$$\bar{Z}_{A23} = \frac{\bar{V}_{23}}{\bar{I}_{i23} + \bar{I}_{h23}} = -3R$$

$$\bar{Z}_{A31} = \frac{\bar{V}_{31}}{\bar{I}_{i31} + \bar{I}_{h31}} = -3R$$

Corriente homopolar con sentido contrario al del receptor real:

$$\bar{Z}_{A12} = \frac{\bar{V}_{12}}{\bar{I}_{i12} - \bar{I}_{h12}} = \infty$$

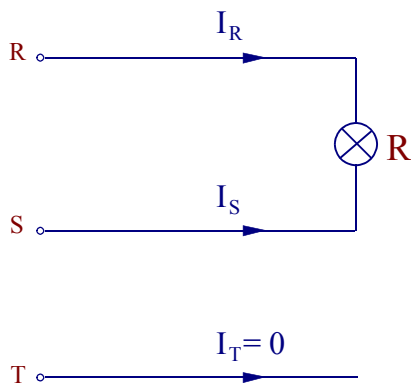
$$\bar{Z}_{A23} = \frac{\bar{V}_{23}}{\bar{I}_{i23} - \bar{I}_{h23}} = j\sqrt{3}R$$

$$\bar{Z}_{A31} = \frac{\bar{V}_{31}}{\bar{I}_{i31} - \bar{I}_{h31}} = -j\sqrt{3}R$$

En este caso los elementos de la red de asimetría son bobinas y condensadores.

EJEMPLO 3.3:

Obtener el circuito equivalente de una lámpara de incandescencia de 100 w, 220 V, conectada entre las fases R y S de la red eléctrica trifásica, de 50 Hz, equilibrada, de secuencia directa: a) con corriente homopolar en sentido real y b) con corriente homopolar en sentido contrario al real.



SOLUCIÓN:

La lámpara de incandescencia equivale a una resistencia lineal, de valor:

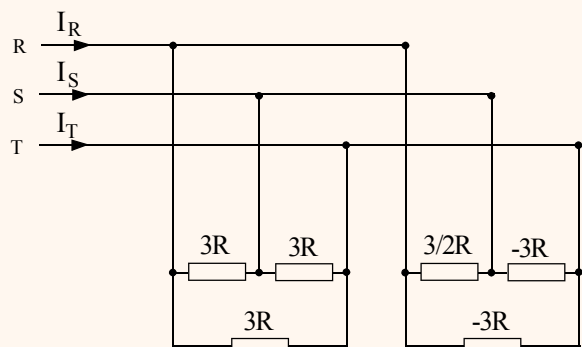
$$R = \frac{V_L^2}{P_L} = \frac{220^2}{100} = 484 \Omega$$

a) Circuito equivalente con corriente homopolar en sentido real (**energéticamente equivalente**).

Resistencia directa: $R_d = 3R = 1452 \Omega$

Impedancias de la red asimetría: $\bar{Z}_{A12} = \frac{3}{2}R = 726 \Omega$

$$\bar{Z}_{A23} = \bar{Z}_{A31} = -3R = -1452 \Omega$$



CAPÍTULO 3

SOLUCIÓN:

b) Circuito equivalente con corriente homopolar en sentido contrario al real (equivalente a efectos exteriores).

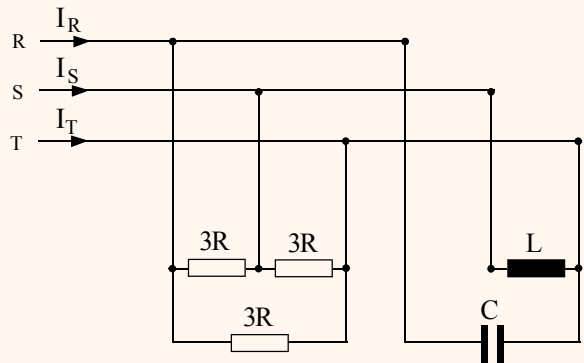
Resistencia directa: $R_d = 3R = 1452 \Omega$

Impedancias de la red asimetría:

$$\bar{Z}_{A12} = \infty$$

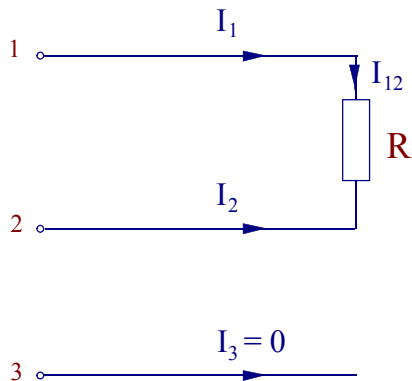
$$\bar{Z}_{A23} = j\sqrt{3}R = j838,3 \Omega \quad L = \frac{Z_{A23}}{\omega} = 2,67 \text{ H}$$

$$\bar{Z}_{A31} = -j\sqrt{3}R = -j838,3 \Omega \quad C = \frac{1}{\omega Z_{A31}} = 3,8 \mu\text{F}$$



EJEMPLO 3.4:

Analizar el comportamiento energético de un receptor monofásico resistivo R , que absorbe una potencia P de la red eléctrica de tensiones equilibradas, de secuencia directa, entre cuyas fases se encuentra conectado, utilizando sus dos circuitos equivalentes y comparar los resultados con el comportamiento real.



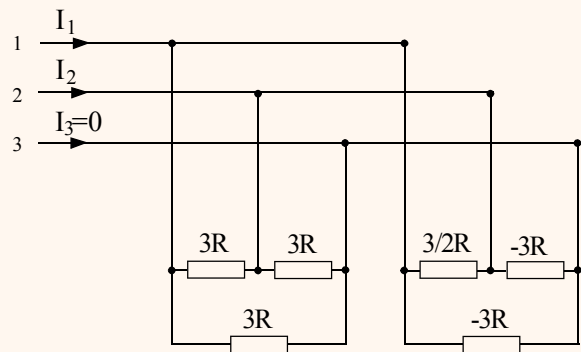
SOLUCIÓN:

a) Circuito equivalente con corriente homopolar en sentido real (energéticamente equivalente).

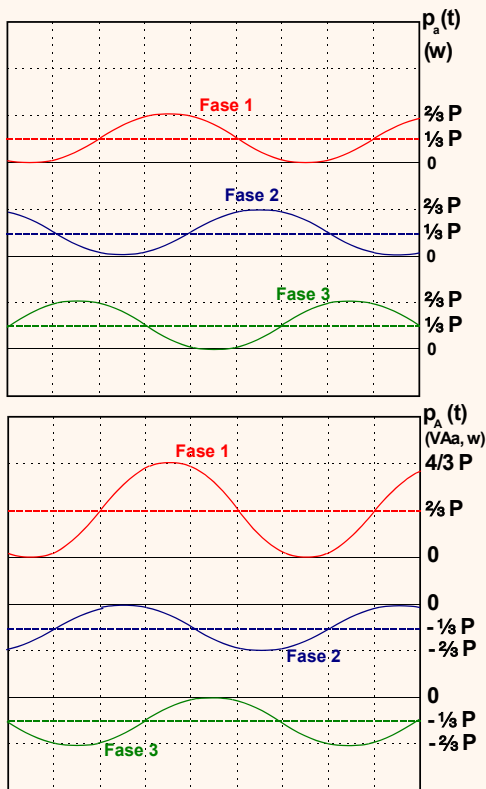
Resistencia directa: $R_d = 3R = 3 \frac{V^2}{P}$

Impedancias de la red asimetría:

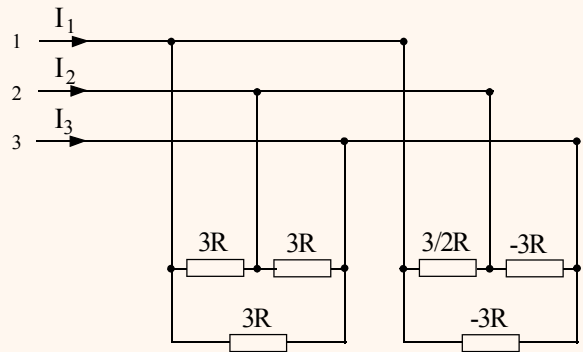
$$\bar{Z}_{A12} = \frac{3}{2}R = \frac{3}{2} \frac{V^2}{P} \quad \bar{Z}_{A23} = \bar{Z}_{A31} = -3R = -3 \frac{V^2}{P}$$



CAPÍTULO 3



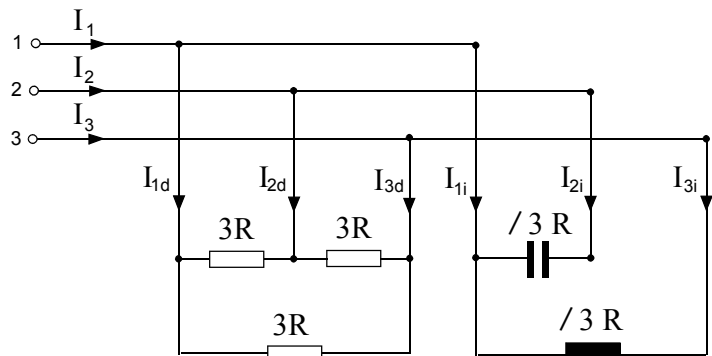
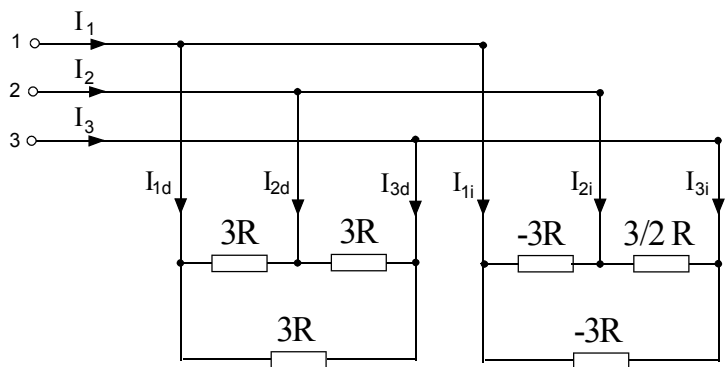
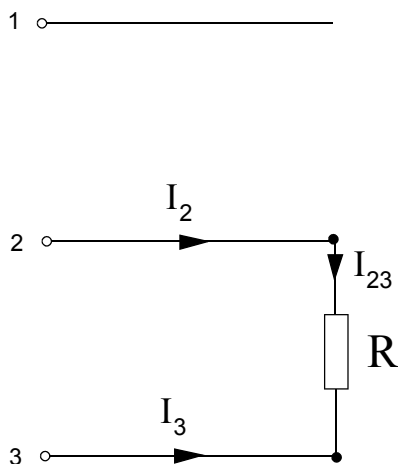
SOLUCIÓN:



Del circuito equivalente se deduce:

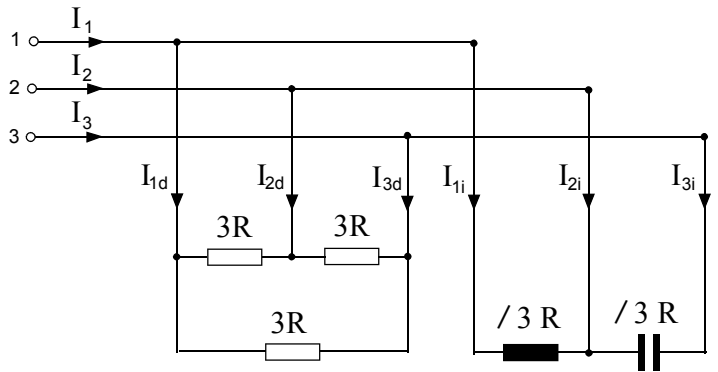
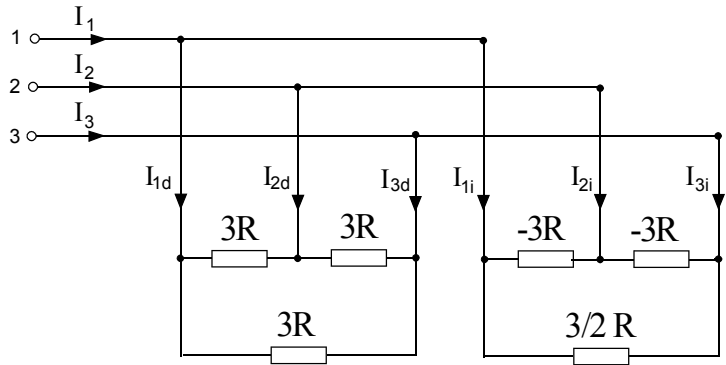
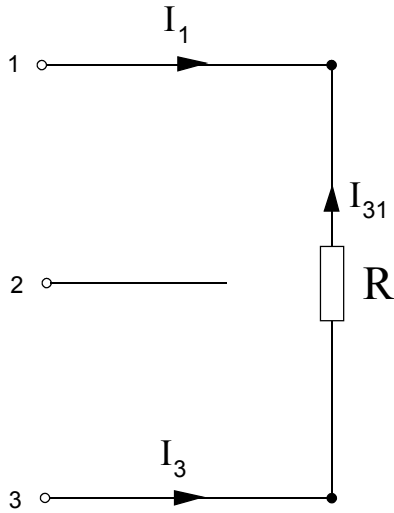
- 1) El fenómeno de la transferencia de energía se establece mediante tres flujos unidireccionales de valor medio igual a $1/3$ de la potencia activa de la lámpara.
- 2) El fenómeno del desequilibrio está definido por tres flujos unidireccionales. El de la fase en donde se encuentra la lámpara tiene valor medio positivo e igual a $2/3$ de la potencia activa de la lámpara. Los de las otras dos fases tienen valor medio negativo e igual a $1/3$ de la potencia activa de la lámpara.
- 3) La combinación de todos los flujos de potencia anteriores da lugar a un único flujo unidireccional de valor medio igual a la potencia activa de la lámpara.

RECEPTORES EN TRIÁNGULO CON TENSIONES EQUILIBRADAS.

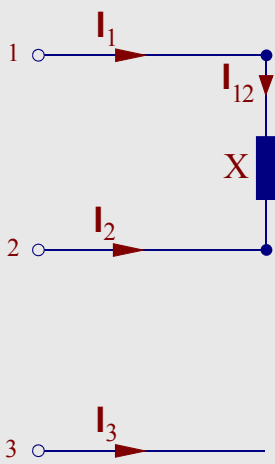


CAPÍTULO 3

RECEPTORES EN TRIÁNGULO CON TENSIONES EQUILIBRADAS.



RECEPTORES EN TRIÁNGULO CON TENSIONES EQUILIBRADAS.



En el caso de una bobina lineal conectada entre dos fases de un generador de tensiones equilibradas, de secuencia directa:

$$\bar{V}_{12} = V_{0^\circ} \quad \bar{V}_{23} = a^2 \cdot \bar{V}_{12} \quad \bar{V}_{31} = a \cdot \bar{V}_{12}$$

las corrientes en las fases del receptor son:

$$\bar{I}_{12} = \frac{\bar{V}_{12}}{X} = \bar{B} \cdot \bar{V}_{12}$$

$$\bar{I}_{23} = \bar{I}_{31} = 0$$

y sus componentes simétricas:

$$\bar{I}_{d12} = \frac{1}{3} \bar{B} \cdot \bar{V}_{12} = \bar{I}_{rd12} \quad \bar{I}_{i12} = \frac{1}{3} \bar{B} \cdot \bar{V}_{12} \quad \bar{I}_{h12} = \frac{1}{3} \bar{B} \cdot \bar{V}_{12}$$

La potencia instantánea del receptor es:

$$p(t) = v_{d12} \cdot (\dot{i}_{d12} + \dot{i}_{i12} + \dot{i}_{h12}) + v_{d23} \cdot (\dot{i}_{d23} + \dot{i}_{i23} + \dot{i}_{h23}) + v_{d31} \cdot (\dot{i}_{d31} + \dot{i}_{i31} + \dot{i}_{h31})$$

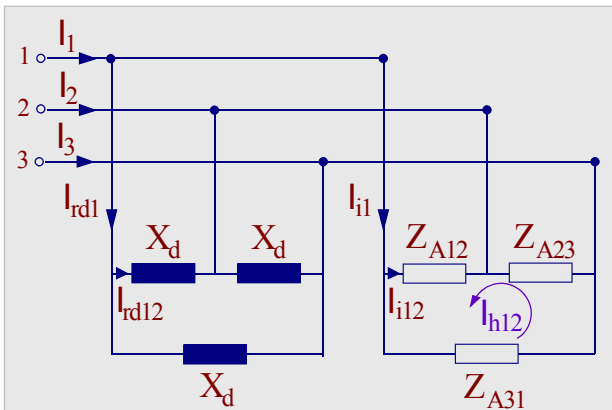
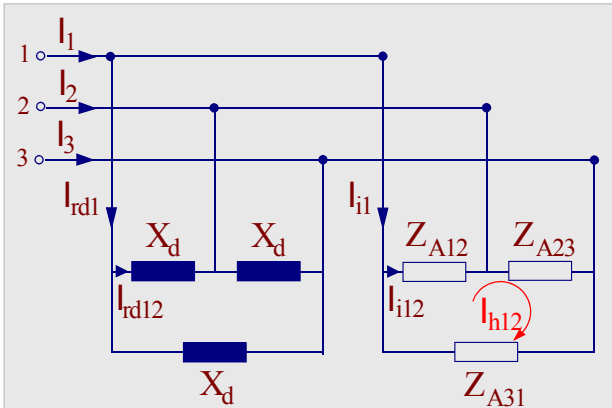
y las componentes de las corrientes de línea:

$$\bar{I}_{rd1} = \sqrt{3} \cdot \bar{I}_{rd12} \angle -30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \bar{B} \cdot \bar{V}_{12} \angle -30^\circ$$

$$\bar{I}_{i1} = \sqrt{3} \cdot \bar{I}_{i12} \angle 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \bar{B} \cdot \bar{V}_{12} \angle 30^\circ$$

El circuito equivalente debe tener la misma potencia instantánea y absorber las mismas corrientes de línea que la bobina.

CAPÍTULO 3



RECEPTORES EN TRIÁNGULO CON TENSIONES EQUILIBRADAS.

El circuito equivalente está formado por dos conexiones trifásicas:

RED DE DESFASE: es una conexión trifásica equilibrada por cuyas fases circulan las corrientes reactivas de secuencia directa. Cada fase está formada por la reactancia directa del receptor:

$$\bar{X}_d = \frac{\bar{V}_{12}}{\bar{I}_{rd12}} = 3\bar{X}$$

RED DE ASIMETRÍA:

Corriente homopolar con el mismo sentido del receptor real:

$$\bar{Z}_{A12} = \frac{\bar{V}_{12}}{\bar{I}_{i12} + \bar{I}_{h12}} = \frac{3}{2}\bar{X}$$

$$\bar{Z}_{A23} = \frac{\bar{V}_{23}}{\bar{I}_{i23} + \bar{I}_{h23}} = -3\bar{X}$$

$$\bar{Z}_{A31} = \frac{\bar{V}_{31}}{\bar{I}_{i31} + \bar{I}_{h31}} = -3\bar{X}$$

Corriente homopolar con sentido contrario al del receptor real:

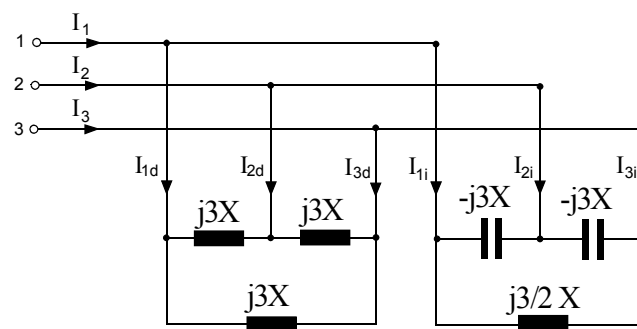
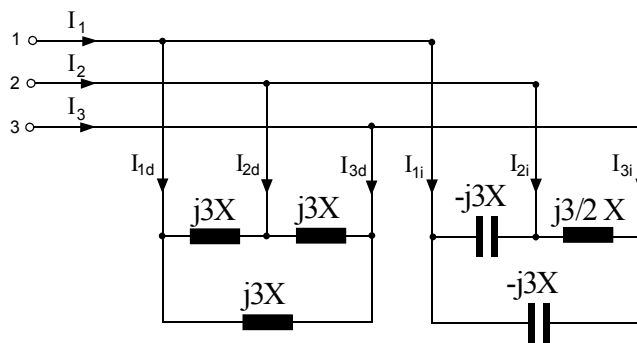
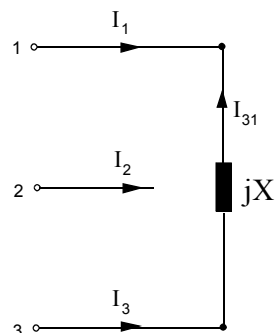
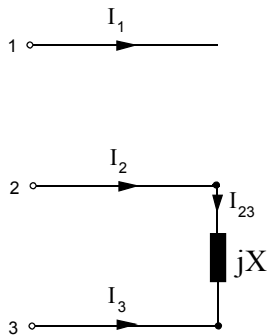
$$\bar{Z}_{A12} = \frac{\bar{V}_{12}}{\bar{I}_{i12} - \bar{I}_{h12}} = \infty$$

$$\bar{Z}_{A23} = \frac{\bar{V}_{23}}{\bar{I}_{i23} - \bar{I}_{h23}} = \sqrt{3}R$$

$$\bar{Z}_{A31} = \frac{\bar{V}_{31}}{\bar{I}_{i31} - \bar{I}_{h31}} = -\sqrt{3}R$$

En el primer caso los elementos de la red de asimetría son bobinas y condensadores.

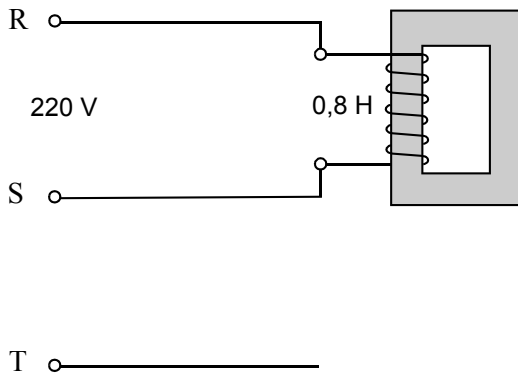
RECEPTORES EN TRIÁNGULO CON TENSIONES EQUILIBRADAS.



CAPÍTULO 3

EJEMPLO 3.6:

Obtener el circuito equivalente de una bobina de reactancia de 0,8 H, que está funcionando en la zona lineal de su característica magnética y cuyas pérdidas energéticas se consideran despreciables, conectada entre las fases RS de la red eléctrica trifásica de 220 V de tensión de línea, 50 Hz y secuencia directa.



SOLUCIÓN:

Reactancia de la bobina:

$$\bar{X} = j\omega L = j100\pi \cdot 0,8 = j251,327\Omega$$

Reactancia directa:

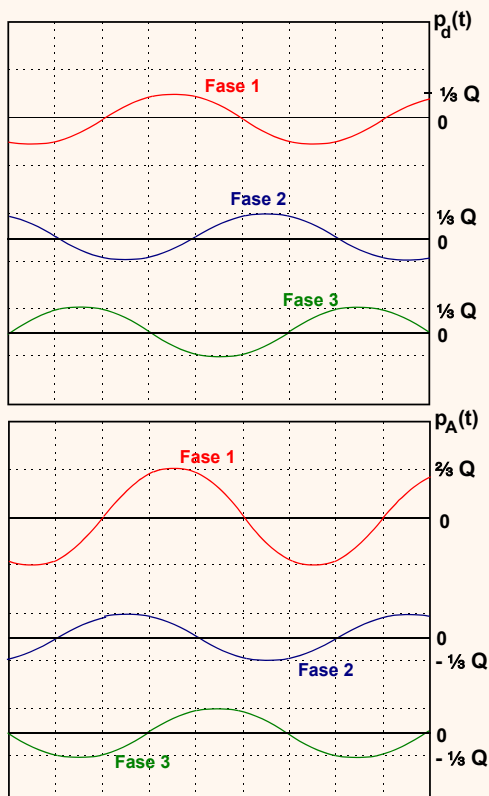
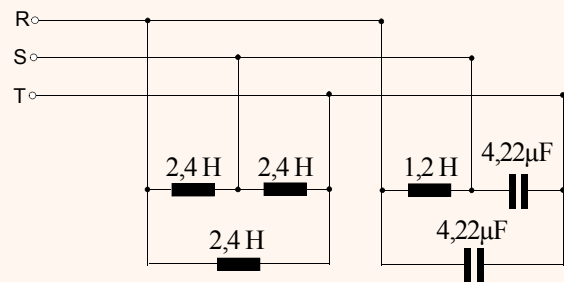
$$\bar{X}_d = 3 \cdot \bar{X} = j754\Omega \quad L_d = \frac{X_d}{\omega} = 2,4\text{H}$$

Impedancias de la red asimetría:

$$\bar{Z}_{A12} = \frac{2}{3}\bar{X} = j377\Omega \quad L_{12} = 1,2\text{H}$$

$$\bar{Z}_{A23} = \bar{Z}_{A31} - 3\bar{X} = -j754\Omega \quad C_{23} = C_{31} = 4,22\mu\text{F}$$

Circuito equivalente:

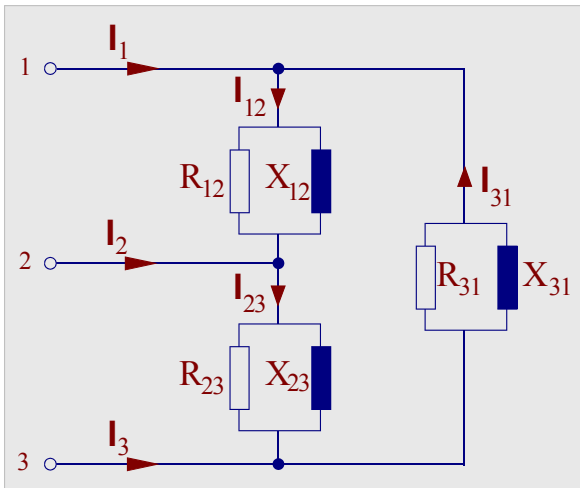


SOLUCIÓN:

Del circuito equivalente se deduce:

- 1) Las inductancias de la red de desfase definen tres flujos sinusoidales de potencia, equilibrados, que caracterizan el fenómeno del desfase.
- 2) Los flujos sinusoidales de potencia caracterizados por los condensadores de la red de asimetría compensan completamente a los flujos sinusoidales de potencia de las bobinas de las mismas fases de la red de desfase, entendiéndose esto como el efecto del desequilibrio sobre estas dos fases.
- 3) El flujo sinusoidal de potencia representado por la bobina de la red de asimetría, que constituye el efecto del desequilibrio sobre esta fase, se añade al flujo sinusoidal de potencia de la bobina correspondiente a la misma fase de la red de desfase, dando lugar al flujo de potencia reactiva instantánea del sistema.

CAPÍTULO 3



RECEPTORES EN TRIÁNGULO CON TENSIONES EQUILIBRADAS.

Considerando que las tensiones en las fases del receptor son equilibradas, de secuencia directa:

$$\bar{V}_{12} = V_{0^\circ} \quad \bar{V}_{23} = a^2 \cdot \bar{V}_{12} \quad \bar{V}_{31} = a \cdot \bar{V}_{12}$$

Las corrientes en las fases del receptor son:

$$\bar{I}_{12} = \bar{V}_{12} \left(\frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{X_{12}} \right) = \bar{V}_{12} \cdot (G_{12} + \bar{B}_{12})$$

$$\bar{I}_{23} = a^2 \bar{V}_{12} \cdot (G_{23} + \bar{B}_{23})$$

$$\bar{I}_{31} = a \bar{V}_{12} \cdot (G_{31} + \bar{B}_{31})$$

y sus componentes:

$$\bar{I}_{ad12} = \frac{1}{3} \bar{V}_{12} (G_{12} + G_{23} + G_{31}) + \frac{1}{3} \bar{V}_{12} (\bar{B}_{12} + \bar{B}_{23} + \bar{B}_{31}) = \bar{I}_{ad12} + \bar{I}_{rd12}$$

$$\bar{I}_{i12} = \frac{1}{3} \bar{V}_{12} (G_{12} + aG_{23} + a^2G_{31}) + \frac{1}{3} \bar{V}_{12} (\bar{B}_{12} + a\bar{B}_{23} + a^2\bar{B}_{31})$$

$$\bar{I}_{h12} = \frac{1}{3} \bar{V}_{12} (G_{12} + a^2G_{23} + aG_{31}) + \frac{1}{3} \bar{V}_{12} (\bar{B}_{12} + a^2\bar{B}_{23} + a\bar{B}_{31})$$

Las corrientes de línea no tienen componente homopolar:

$$\bar{I}_{ad1} = \sqrt{3} \cdot \bar{I}_{ad12} \angle -30^\circ = \bar{V}_1 (G_{12} + G_{23} + G_{31})$$

$$\bar{I}_{rd1} = \sqrt{3} \cdot \bar{I}_{rd12} \angle -30^\circ = \bar{V}_1 (\bar{B}_{12} + \bar{B}_{23} + \bar{B}_{31})$$

$$\bar{I}_{i1} = \sqrt{3} \cdot \bar{I}_{i12} \angle 30^\circ = \bar{V}_1 \angle 60^\circ [(G_{12} + aG_{23} + a^2G_{31}) + (\bar{B}_{12} + a\bar{B}_{23} + a^2\bar{B}_{31})]$$

El circuito equivalente está formado por tres conexiones, el mismo número que las componentes de las corrientes de línea:

- Red de transferencia de energía.
- Red de desfase.
- Red de asimetría.

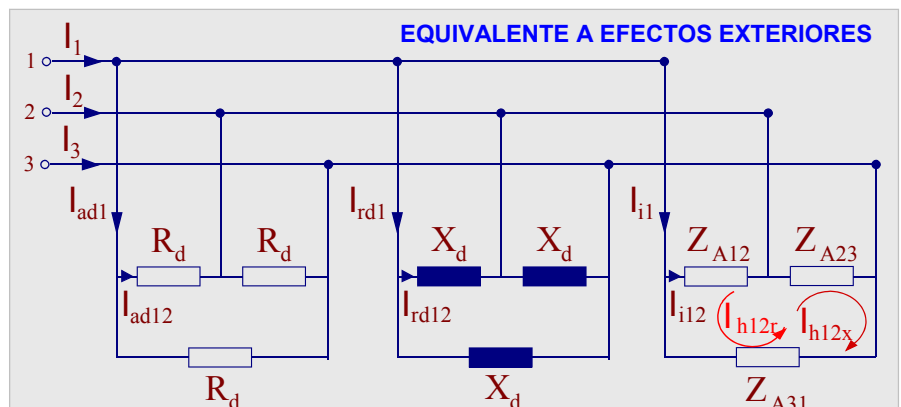
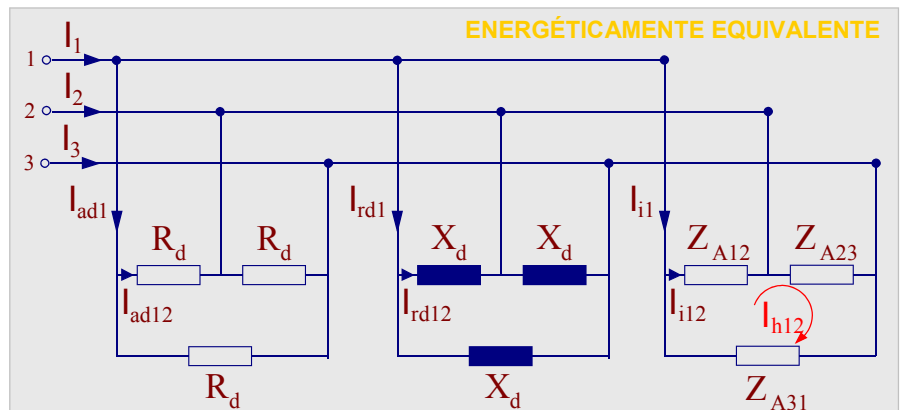
Las dos primeras son equilibradas formadas, respectivamente, por tres resistencias (R_d) y tres reactivancias (X_d). La tercera es desequilibrada.

Por las fases de la red de asimetría circulan las componentes inversa y homopolar.

Se distinguen dos redes de asimetría:

- Energéticamente equivalente.
- Equivalente a efectos exteriores.

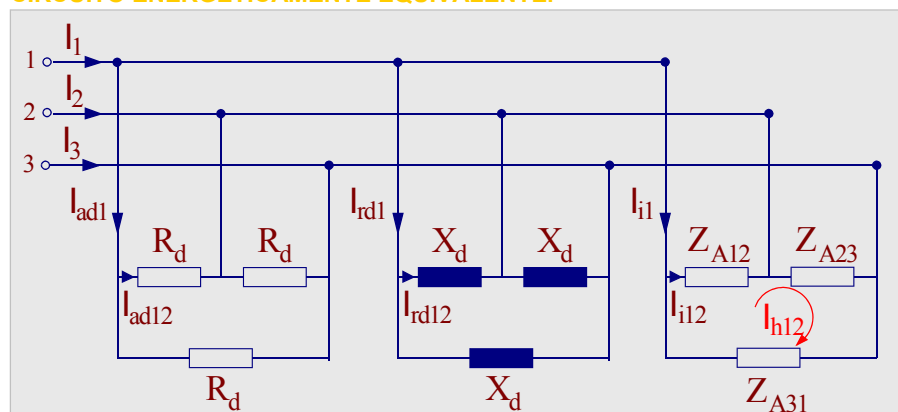
RECEPTORES EN TRIÁNGULO CON TENSIONES EQUILIBRADAS.



Circuito energéticamente equivalente.

RECEPTORES EN TRIÁNGULO CON TENSIONES EQUILIBRADAS.

CIRCUITO ENERGÉTICAMENTE EQUIVALENTE.



Se caracterizan porque:

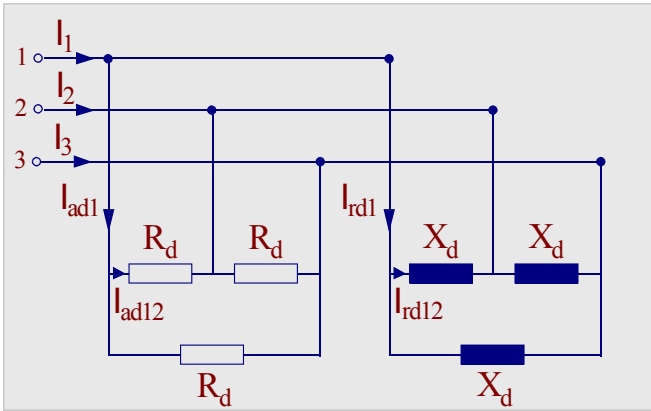
- 1) las corrientes de línea y las potencias instantáneas son las mismas que las del receptor real,
- 2) la corriente homopolar de la red de asimetría tiene el mismo valor y sentido que en el receptor real.

Se utilizan para:

- 1) analizar sistemas eléctricos,
- 2) conocer con exactitud los efectos de cada fenómeno.

CAPÍTULO 3

REDES DE TRANSFERENCIA DE ENERGÍA Y DE DESFASE.



RECEPTORES EN TRIÁNGULO CON TENSIONES EQUILIBRADAS.

Corrientes:

$$\bar{I}_{ad12} = \frac{1}{3} \bar{V}_{12} (G_{12} + G_{23} + G_{31})$$

$$\bar{I}_{rd12} = \frac{1}{3} \bar{V}_{12} (\bar{B}_{12} + \bar{B}_{23} + \bar{B}_{31})$$

RED DE TRANSFERENCIA DE ENERGÍA.

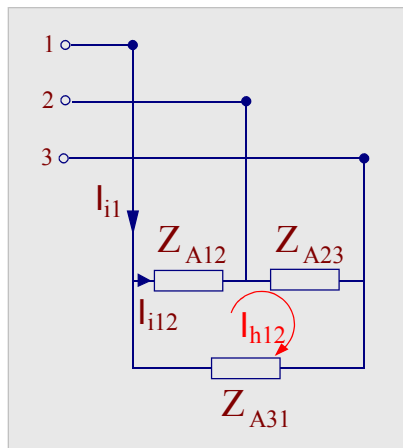
Resistencia directa:
$$R_d = \frac{\bar{V}_{d12}}{\bar{I}_{ad12}} = \frac{3}{G_{12} + G_{23} + G_{31}}$$

RED DE DESFASE.

Reactancia directa:
$$\bar{X}_d = \frac{\bar{V}_{d12}}{\bar{I}_{rd12}} = \frac{3}{\bar{B}_{12} + \bar{B}_{23} + \bar{B}_{31}}$$

RECEPTORES EN TRIÁNGULO CON TENSIONES EQUILIBRADAS.

RED DE ASIMETRÍA ENERGÉTICAMENTE EQUIVALENTE



$$1 + a = -a^2$$

$$a + a^2 = -1$$

$$1 + a^2 = -a$$

Corrientes:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{i12} + \bar{I}_{h12} &= \frac{1}{3} \bar{V}_{12} (G_{12} + aG_{23} + a^2G_{31} + \bar{B}_{12} + a\bar{B}_{23} + a^2\bar{B}_{31}) + \\ &+ \frac{1}{3} \bar{V}_{12} (G_{12} + a^2G_{23} + aG_{31} + \bar{B}_{12} + a^2\bar{B}_{23} + a\bar{B}_{31}) = \\ &= \frac{1}{3} \bar{V}_{12} [2(G_{12} + \bar{B}_{12}) - (G_{23} + \bar{B}_{23}) - (G_{31} + \bar{B}_{31})] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_{i23} + \bar{I}_{h23} &= \frac{1}{3} a \bar{V}_{12} (G_{12} + aG_{23} + a^2G_{31} + \bar{B}_{12} + a\bar{B}_{23} + a^2\bar{B}_{31}) + \\ &+ \frac{1}{3} \bar{V}_{12} (G_{12} + a^2G_{23} + aG_{31} + \bar{B}_{12} + a^2\bar{B}_{23} + a\bar{B}_{31}) = \\ &= \frac{1}{3} \bar{V}_{12} [-(G_{12} + \bar{B}_{12}) + 2(G_{23} + \bar{B}_{23}) - (G_{31} + \bar{B}_{31})] \end{aligned}$$

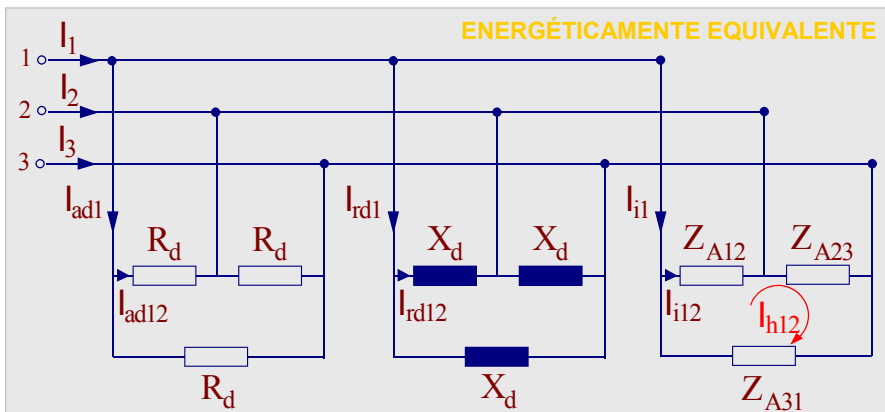
$$\begin{aligned} \bar{I}_{i31} + \bar{I}_{h31} &= \frac{1}{3} a^2 \bar{V}_{12} (G_{12} + aG_{23} + a^2G_{31} + \bar{B}_{12} + a\bar{B}_{23} + a^2\bar{B}_{31}) + \\ &+ \frac{1}{3} \bar{V}_{12} (G_{12} + a^2G_{23} + aG_{31} + \bar{B}_{12} + a^2\bar{B}_{23} + a\bar{B}_{31}) = \\ &= \frac{1}{3} \bar{V}_{12} [-(G_{12} + \bar{B}_{12}) - (G_{23} + \bar{B}_{23}) + 2(G_{31} + \bar{B}_{31})] \end{aligned}$$

RED DE ASIMETRÍA.

$$\bar{Z}_{A12} = \frac{\bar{V}_{d12}}{\bar{I}_{i12} + \bar{I}_{h12}} = \frac{3}{2(G_{12} + \bar{B}_{12}) - G_{23} - \bar{B}_{23} - G_{31} - \bar{B}_{31}}$$

$$\bar{Z}_{A23} = \frac{\bar{V}_{d23}}{\bar{I}_{i23} + \bar{I}_{h23}} = \frac{3}{-G_{12} - \bar{B}_{12} + 2(G_{23} + \bar{B}_{23}) - G_{31} - \bar{B}_{31}}$$

$$\bar{Z}_{A31} = \frac{\bar{V}_{d31}}{\bar{I}_{i31} + \bar{I}_{h31}} = \frac{3}{-G_{12} - \bar{B}_{12} - G_{23} - \bar{B}_{23} + 2(G_{31} + \bar{B}_{31})}$$



RESUMEN:

RED DE TRANSFERENCIA DE ENERGÍA.

Resistencia directa:
$$R_d = \frac{\bar{V}_{d12}}{\bar{I}_{ad12}} = \frac{3}{G_{12} + G_{23} + G_{31}}$$

RED DE DESFASE.

Reactancia directa:
$$\bar{X}_d = \frac{\bar{V}_{d12}}{\bar{I}_{rd12}} = \frac{3}{\bar{B}_{12} + \bar{B}_{23} + \bar{B}_{31}}$$

RED DE ASIMETRÍA.

$$\bar{Z}_{A12} = \frac{\bar{V}_{d12}}{\bar{I}_{i12} + \bar{I}_{h12}} = \frac{3}{2(G_{12} + \bar{B}_{12}) - G_{23} - \bar{B}_{23} - G_{31} - \bar{B}_{31}}$$

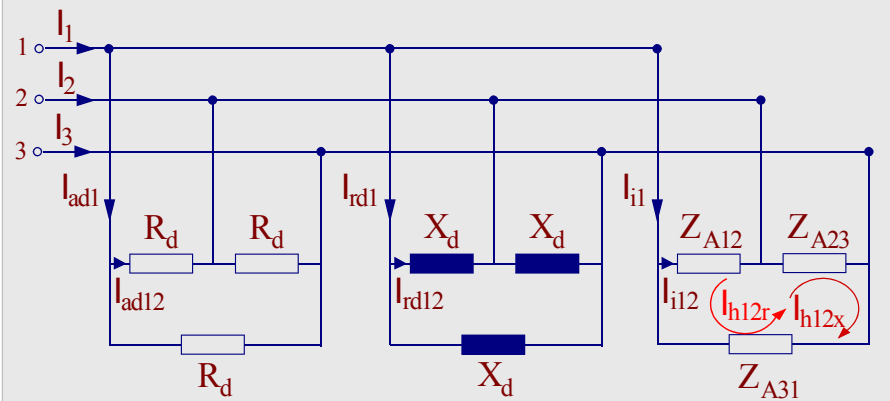
$$\bar{Z}_{A23} = \frac{\bar{V}_{d23}}{\bar{I}_{i23} + \bar{I}_{h23}} = \frac{3}{-G_{12} - \bar{B}_{12} + 2(G_{23} + \bar{B}_{23}) - G_{31} - \bar{B}_{31}}$$

$$\bar{Z}_{A31} = \frac{\bar{V}_{d31}}{\bar{I}_{i31} + \bar{I}_{h31}} = \frac{3}{-G_{12} - \bar{B}_{12} - G_{23} - \bar{B}_{23} + 2(G_{31} + \bar{B}_{31})}$$

Circuito equivalente a efectos exteriores.

RECEPTORES EN TRIÁNGULO CON TENSIONES EQUILIBRADAS.

CIRCUITO EQUIVALENTE A EFECTOS EXTERIORES.



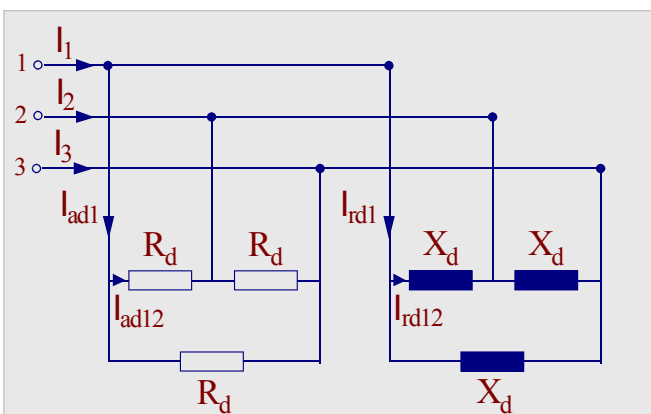
Se caracterizan porque:

- 1) las corrientes de línea son las mismas que las del receptor real,
- 2) la parte resistiva de las corrientes homopolares de la red de asimetría tienen sentido contrario al real,
- 3) la potencia instantánea de asimetría tiene los mismos términos que la del receptor real, aunque uno de ellos es de signo contrario.

Se utiliza para obtener dispositivos de mejora de la eficiencia (*filtros de secuencia*).

RECEPTORES EN TRIÁNGULO CON TENSIONES EQUILIBRADAS.

REDES DE TRANSFERENCIA DE ENERGÍA Y DE DESFASE.



Corrientes:

$$\bar{I}_{ad12} = \frac{1}{3} \bar{V}_{12} (G_{12} + G_{23} + G_{31})$$

$$\bar{I}_{rd12} = \frac{1}{3} \bar{V}_{12} (\bar{B}_{12} + \bar{B}_{23} + \bar{B}_{31})$$

RED DE TRANSFERENCIA DE ENERGÍA.

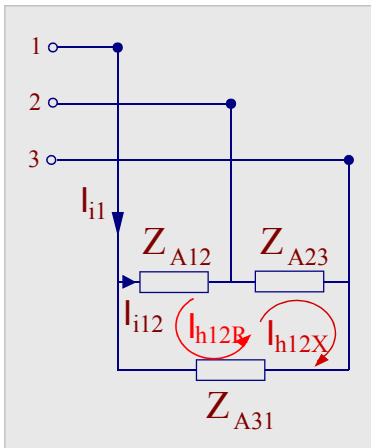
Resistencia directa: $R_d = \frac{\bar{V}_{d12}}{\bar{I}_{ad12}} = \frac{3}{G_{12} + G_{23} + G_{31}}$

RED DE DESFASE.

Reactancia directa: $\bar{X}_d = \frac{\bar{V}_{d12}}{\bar{I}_{rd12}} = \frac{3}{\bar{B}_{12} + \bar{B}_{23} + \bar{B}_{31}}$

CAPÍTULO 3

RECEPTORES EN TRIÁNGULO CON TENSIONES EQUILIBRADAS.



RED DE ASIMETRÍA EQUIVALENTE A EFECTOS EXTERIORES

$$1 - a = \sqrt{3}|_{-30^\circ} = ja^2\sqrt{3}$$

$$a - a^2 = j\sqrt{3}$$

$$1 - a^2 = \sqrt{3}|_{30^\circ} = -ja\sqrt{3}$$

Corrientes:

$$\bar{I}_{i12} - \bar{I}_{h12R} + \bar{I}_{h12X} = \frac{1}{3}\bar{V}_{12}(G_{12} + aG_{23} + a^2G_{31} + \bar{B}_{12} + a\bar{B}_{23} + a^2\bar{B}_{31}) - \frac{1}{3}\bar{V}_{12}(G_{12} + a^2G_{23} + aG_{31}) + \frac{1}{3}\bar{V}_{12}(\bar{B}_{12} + a^2\bar{B}_{23} + a\bar{B}_{31})$$

$$\bar{I}_{i12} - \bar{I}_{h12R} + \bar{I}_{h12X} = \frac{1}{3}\bar{V}_{12}[j\sqrt{3}(G_{23} - G_{31}) + 2\bar{B}_{12} - \bar{B}_{23} - \bar{B}_{31}]$$

$$\bar{I}_{i12} - \bar{I}_{h12R} + \bar{I}_{h12X} = \frac{1}{3}a\bar{V}_{12}(G_{12} + aG_{23} + a^2G_{31} + \bar{B}_{12} + a\bar{B}_{23} + a^2\bar{B}_{31}) - \frac{1}{3}\bar{V}_{12}(G_{12} + a^2G_{23} + aG_{31}) + \frac{1}{3}\bar{V}_{12}(\bar{B}_{12} + a^2\bar{B}_{23} + a\bar{B}_{31})$$

$$\bar{I}_{i23} - \bar{I}_{h23R} + \bar{I}_{h23X} = \frac{1}{3}\bar{V}_{12}[j\sqrt{3}(G_{31} - G_{12}) - \bar{B}_{12} + 2\bar{B}_{23} - \bar{B}_{31}]$$

$$\bar{I}_{i31} - \bar{I}_{h31R} + \bar{I}_{h31X} = \frac{1}{3}a^2\bar{V}_{12}(G_{12} + aG_{23} + a^2G_{31} + \bar{B}_{12} + a\bar{B}_{23} + a^2\bar{B}_{31}) - \frac{1}{3}\bar{V}_{12}(G_{12} + a^2G_{23} + aG_{31}) + \frac{1}{3}\bar{V}_{12}(\bar{B}_{12} + a^2\bar{B}_{23} + a\bar{B}_{31})$$

$$\bar{I}_{i31} - \bar{I}_{h31R} + \bar{I}_{h31X} = \frac{1}{3}\bar{V}_{12}[j\sqrt{3}(G_{12} - G_{23}) - \bar{B}_{12} - \bar{B}_{23} + 2\bar{B}_{31}]$$

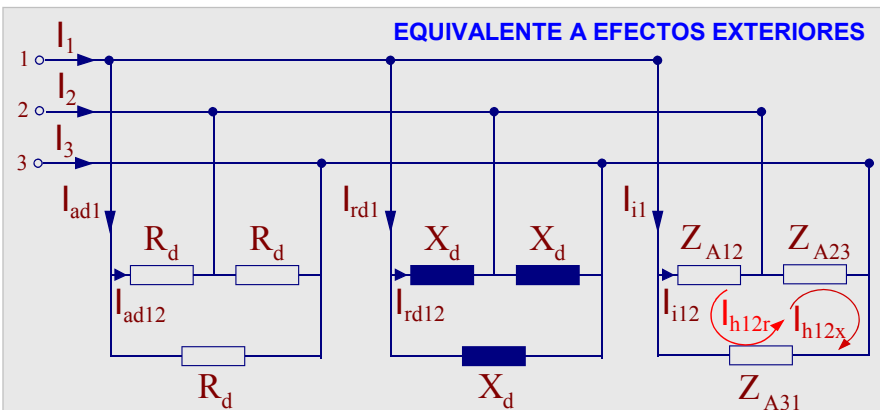
RED DE ASIMETRÍA.

$$\bar{Z}_{A12} = \frac{\bar{V}_{d12}}{\bar{I}_{i12} - \bar{I}_{h12R} + \bar{I}_{h12X}} = \frac{3}{j\sqrt{3}(G_{23} - G_{31}) + 2\bar{B}_{12} - \bar{B}_{23} - \bar{B}_{31}}$$

$$\bar{Z}_{A23} = \frac{\bar{V}_{d23}}{\bar{I}_{i23} - \bar{I}_{h23R} + \bar{I}_{h23X}} = \frac{3}{j\sqrt{3}(G_{31} - G_{12}) - \bar{B}_{12} + 2\bar{B}_{23} - \bar{B}_{31}}$$

$$\bar{Z}_{A31} = \frac{\bar{V}_{d31}}{\bar{I}_{i31} - \bar{I}_{h31R} + \bar{I}_{h31X}} = \frac{3}{j\sqrt{3}(G_{12} - G_{23}) - \bar{B}_{12} - \bar{B}_{23} + 2\bar{B}_{31}}$$

RECEPTORES EN TRIÁNGULO CON TENSIONES EQUILIBRADAS.



EQUIVALENTE A EFECTOS EXTERIORES

RESUMEN:

RED DE TRANSFERENCIA DE ENERGÍA.

Resistencia directa: $R_d = \frac{\bar{V}_{d12}}{\bar{I}_{ad12}} = \frac{3}{G_{12} + G_{23} + G_{31}}$

RED DE DESFASE.

Reactancia directa: $\bar{X}_d = \frac{\bar{V}_{d12}}{\bar{I}_{rd12}} = \frac{3}{\bar{B}_{12} + \bar{B}_{23} + \bar{B}_{31}}$

RED DE ASIMETRÍA.

$$\bar{Z}_{A12} = \frac{\bar{V}_{d12}}{\bar{I}_{i12} - \bar{I}_{h12R} + \bar{I}_{h12X}} = \frac{3}{j\sqrt{3}(G_{23} - G_{31}) + 2\bar{B}_{12} - \bar{B}_{23} - \bar{B}_{31}}$$

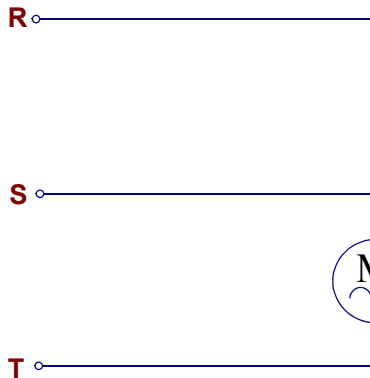
$$\bar{Z}_{A23} = \frac{\bar{V}_{d23}}{\bar{I}_{i23} - \bar{I}_{h23R} + \bar{I}_{h23X}} = \frac{3}{j\sqrt{3}(G_{31} - G_{12}) - \bar{B}_{12} + 2\bar{B}_{23} - \bar{B}_{31}}$$

$$\bar{Z}_{A31} = \frac{\bar{V}_{d31}}{\bar{I}_{i31} - \bar{I}_{h31R} + \bar{I}_{h31X}} = \frac{3}{j\sqrt{3}(G_{12} - G_{23}) - \bar{B}_{12} - \bar{B}_{23} + 2\bar{B}_{31}}$$

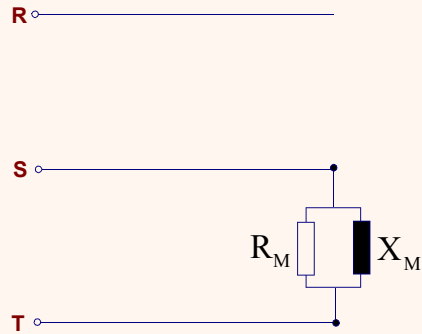
CAPÍTULO 3

EJEMPLO 3.7:

Deducir los fenómenos energéticos que produce la conexión de un motor de inducción monofásico entre las fases ST de la red eléctrica trifásica de 220 V de tensión de línea, 50 Hz, secuencia directa, sabiendo que en estas condiciones absorbe una potencia de 1100 W, con un $\cos \eta = 0,74$.



SOLUCIÓN:



Resistencia y reactancia del motor:

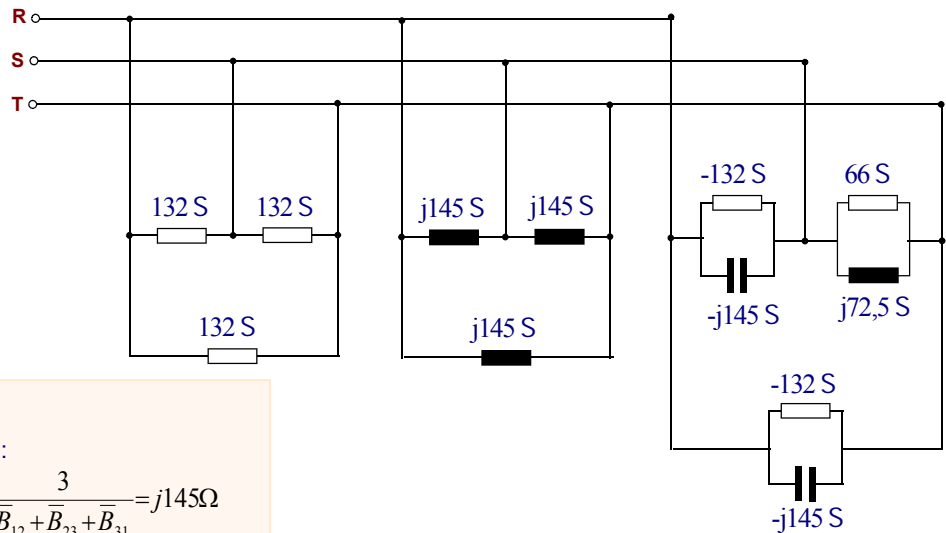
$$R_M = \frac{V_M^2}{P_M} = 44 \, \Omega$$

$$\bar{X}_M = j \frac{V_M^2}{Q_M} = j48,35 \, \Omega$$

Conductancias y susceptancias del receptor trifásico:

$$G_{23} = 0,0227 \, \Omega^{-1} \quad G_{12} = G_{31} = 0$$

$$B_{23} = 0,0207 \, \Omega^{-1} \quad B_{12} = B_{31} = 0$$



CIRCUITO EQUIVALENTE:

Resistencia y reactancia diirecta:

$$R_d = \frac{3}{G_{12} + G_{23} + G_{31}} = 132 \, \Omega \quad \bar{X}_d = \frac{3}{B_{12} + B_{23} + B_{31}} = j145 \, \Omega$$

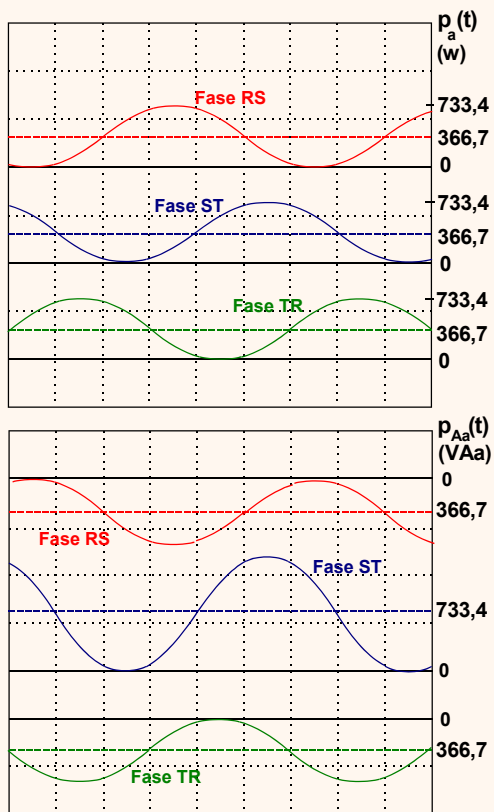
Impedancias de la red de asimetría:

$$\bar{Z}_{.A12} = \frac{3}{2(G_{12} + \bar{B}_{12}) - G_{23} - \bar{B}_{23} - G_{31} - \bar{B}_{31}} = -196_{|47,7^\circ} \, \Omega$$

$$\bar{Z}_{.A23} = \frac{3}{-G_{12} - \bar{B}_{12} + 2(G_{23} + \bar{B}_{23}) - G_{31} - \bar{B}_{31}} = 98_{|47,7^\circ} \, \Omega$$

$$\bar{Z}_{.A31} = \frac{3}{-G_{12} - \bar{B}_{12} - G_{23} - \bar{B}_{23} + 2(G_{31} + \bar{B}_{31})} = -196_{|47,7^\circ} \, \Omega$$

CAPÍTULO 3



FLUJOS DE POTENCIA:

- Tres flujos unidireccionales, equilibrados, de valor medio igual a 1/3 de la potencia activa consumida por el motor:

$$p_{Ra}(t) = 733,4 \cdot \sin^2 100\pi t$$

$$p_{Sa}(t) = 733,4 \cdot \sin^2(100\pi t - 120^\circ)$$

$$p_{Ta}(t) = 733,4 \cdot \sin^2(100\pi t - 240^\circ)$$

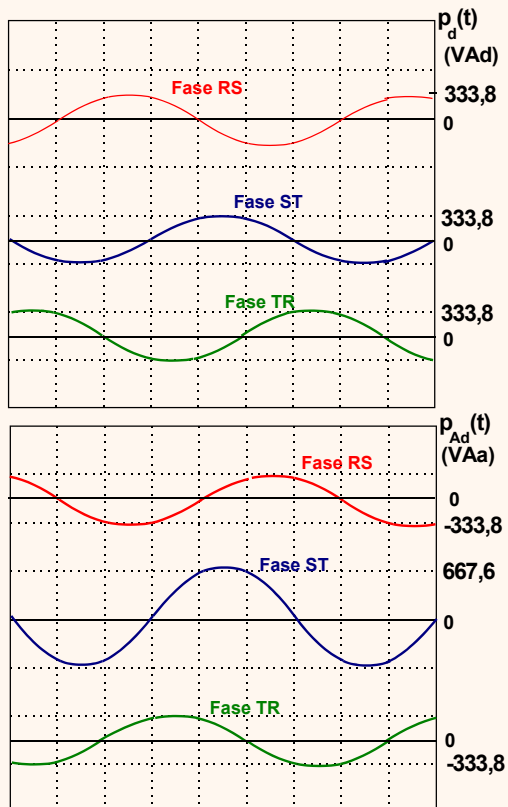
- Tres flujos unidireccionales, desequilibrados, de valor medio -1/3, 2/3 y -1/3, respectivamente, de la potencia activa consumida por el motor que constituyen el efecto del desequilibrio sobre el fenómeno de la transferencia de energía útil:

$$p_{RAa}(t) = -733,4 \cdot \sin^2 100\pi t$$

$$p_{SAa}(t) = 1466,8 \cdot \sin^2(100\pi t - 120^\circ)$$

$$p_{TAa}(t) = -733,4 \cdot \sin^2(100\pi t - 240^\circ)$$

Los flujos unidireccionales equilibrados de potencia suministrados por la red eléctrica son perturbados por el desequilibrio del receptor, dando lugar a otros tres flujos unidireccionales desequilibrados que se superponen a los primeros anulando el suministro de energía neta en las fases en las que no está conectado el motor y añadiéndose hasta alcanzar toda la energía eléctrica neta en la fase en la que se encuentra el motor.



FLUJOS DE POTENCIA:

- Tres flujos sinusoidales, equilibrados, de amplitud igual a 1/3 de la potencia reactiva absorbida por el motor

$$p_{Rd}(t) = 333,8 \cdot \sin 200\pi t$$

$$p_{Sd}(t) = 333,8 \cdot \sin 2(100\pi t - 120^\circ)$$

$$p_{Td}(t) = 333,8 \cdot \sin 2(100\pi t - 240^\circ)$$

- Tres flujos sinusoidales, desequilibrados, de amplitud igual a 1/3, 2/3 y 1/3, respectivamente, de la potencia reactiva del motor, que resultan del efecto del desequilibrio sobre el fenómeno del desfase, estando los flujos de la primera y tercera fase en oposición a los de las mismas fases correspondientes al fenómeno del desfase

$$p_{RAAd}(t) = -333,8 \cdot \sin 200\pi t$$

$$p_{SAAd}(t) = 667,6 \cdot \sin 2(100\pi t - 120^\circ)$$

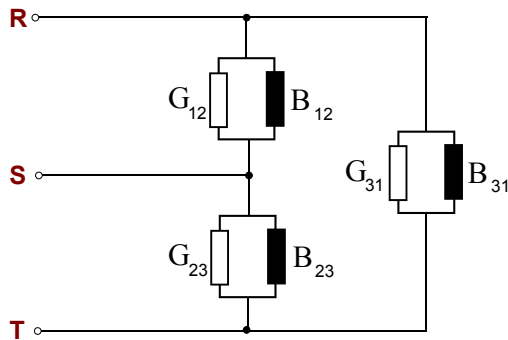
$$p_{TAAd}(t) = -333,8 \cdot \sin 2(100\pi t - 240^\circ)$$

Igual que con los flujos unidireccionales ocurre con los flujos sinusoidales, correspondientes al fenómeno del desfase, que son completamente compensados por los flujos sinusoidales resultantes del efecto del desequilibrio en las fases en donde no está conectado el motor y se incrementan hasta alcanzar el valor de la potencia reactiva en la fase del motor.

CAPÍTULO 3

EJEMPLO 3.8:

Obtener el circuito equivalente, con la red de asimetría formada sólo por bobinas y condensadores, de la instalación de alumbrado trifásica de un aparcamiento público, formada por lámparas de fluorescencia de 40 W, 220 V, sabiendo que funcionan 10 de la primera fase, 20 de la segunda y 30 de la tercera, conectadas en triángulo y alimentadas por la red eléctrica de 220V de tensión de línea, 50 Hz, secuencia directa, y considerando que el funcionamiento de las lámparas es lineal.



SOLUCIÓN:

La resistencia y la reactancia de cada lámpara valen:

$$R_L = \frac{V_L^2}{P_L} = \frac{220^2}{40} = 1210 \, \Omega \quad X_L = \frac{V_L^2}{Q_L} = 698,6 \, \Omega$$

Conductancias y susceptancias del receptor trifásico:

$$\begin{aligned} G_{12} &= 0,00826 \, \Omega^{-1} & B_{12} &= 0,0143 \, \Omega^{-1} \\ G_{23} &= 0,01653 \, \Omega^{-1} & B_{23} &= 0,0286 \, \Omega^{-1} \\ G_{31} &= 0,0248 \, \Omega^{-1} & B_{31} &= 0,043 \, \Omega^{-1} \end{aligned}$$

CIRCUITO EQUIVALENTE:

$$\text{Resistencia directa: } R_d = \frac{3}{G_{12} + G_{23} + G_{31}} = 60,5 \, \Omega$$

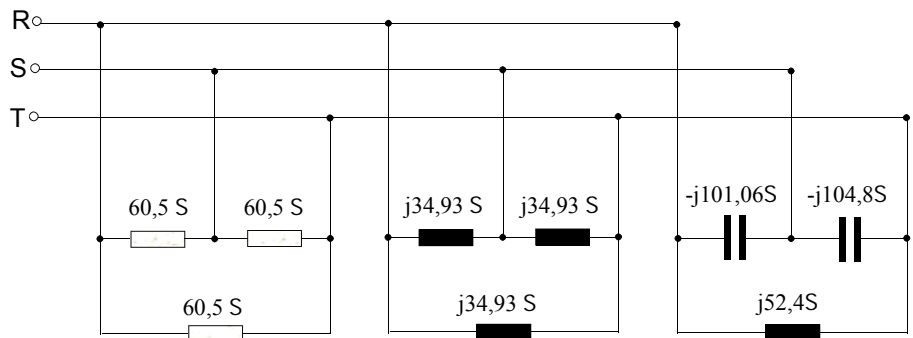
$$\text{Reactancia directa: } \bar{X}_d = \frac{3}{B_{12} + B_{23} + B_{31}} = j34,93 \, \Omega \quad L_d = 0,111 \, H$$

Red de asimetría:

$$\bar{Z}_{A12} = \frac{3}{j\sqrt{3}(G_{23} - G_{31}) + 2\bar{B}_{12} - \bar{B}_{23} - \bar{B}_{31}} = -j101,06 \, \Omega \quad C_{12} = 31,5 \, \mu F$$

$$\bar{Z}_{A23} = \frac{3}{j\sqrt{3}(G_{31} - G_{12}) - \bar{B}_{12} + 2\bar{B}_{23} - \bar{B}_{31}} = -j104,8 \, \Omega \quad C_{23} = 30,37 \, \mu F$$

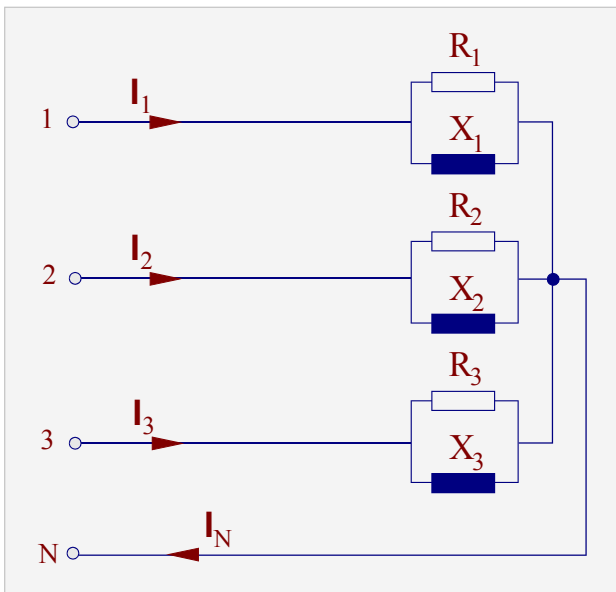
$$\bar{Z}_{A31} = \frac{3}{j\sqrt{3}(G_{12} - G_{23}) - \bar{B}_{12} - \bar{B}_{23} + 2\bar{B}_{31}} = j52,4 \, \Omega \quad L_{31} = 166,8 \, mH$$



El circuito equivalente está formado por tres resistencias de valor $R_d = 60,5 \, S$, es decir, el mismo que se hubiera obtenido si las 60 lámparas se hubieran repartido por igual en las tres fases. Ocurre lo mismo con la red de desfase, que está formada por tres reactancias de valor $X_d = 34,93 \, S$, igual al de las 60 lámparas repartidas equitativamente en las tres fases. Si la instalación hubiera sido equilibrada no aparecería ningún otro elemento adicional a los ya indicados; como efecto del desequilibrio, en el circuito equivalente aparece una conexión de impedancias que hemos denominado red de asimetría. En este caso la red de asimetría está formada por bobinas y condensadores, lo cual simplifica la eliminación del desequilibrio, pues bastará conectarle en paralelo otra red, formada por reactancias de valor contrario, para compensar sus efectos.

Circuitos equivalentes de receptores en estrella con neutro y tensiones equilibradas.

RECEPTORES EN ESTRELLA CON NEUTRO Y TENSIONES EQUILIBRADAS.



Considerando que las tensiones en las fases del receptor son equilibradas, de secuencia directa:

$$\bar{V}_{1N} = V_{0^{\circ}} \quad \bar{V}_{2N} = a^2 \cdot \bar{V}_{1N} \quad \bar{V}_{3N} = a \cdot \bar{V}_{1N}$$

Las corrientes en las fases del receptor son:

$$\bar{I}_1 = \bar{V}_{1N} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{X_1} \right) = \bar{V}_{1N} \cdot (G_1 + \bar{B}_1)$$

$$\bar{I}_2 = a^2 \bar{V}_{1N} \cdot (G_2 + \bar{B}_2)$$

$$\bar{I}_3 = a \bar{V}_{1N} \cdot (G_3 + \bar{B}_3)$$

y sus componentes:

$$\bar{I}_d = \frac{1}{3} \bar{V}_{1N} (G_1 + G_2 + G_3) + \frac{1}{3} \bar{V}_{1N} (\bar{B}_1 + \bar{B}_2 + \bar{B}_3) = \bar{I}_{ad} + \bar{I}_{rd}$$

$$\bar{I}_i = \frac{1}{3} \bar{V}_{1N} (G_1 + aG_2 + a^2G_3) + \frac{1}{3} \bar{V}_{1N} (\bar{B}_1 + a\bar{B}_2 + a^2\bar{B}_3)$$

$$\bar{I}_h = \frac{1}{3} \bar{V}_{1N} (G_1 + a^2G_2 + aG_3) + \frac{1}{3} \bar{V}_{1N} (\bar{B}_1 + a^2\bar{B}_2 + a\bar{B}_3)$$

A diferencia de los sistemas con receptores en triángulo, las corrientes de línea tienen componente homopolar.

CAPÍTULO 3

RECEPTORES EN ESTRELLA CON NEUTRO Y TENSIONES EQUILIBRADAS.

El circuito equivalente comprende:

- Red de transferencia de energía.
- Red de desfase.
- Red de asimetría.

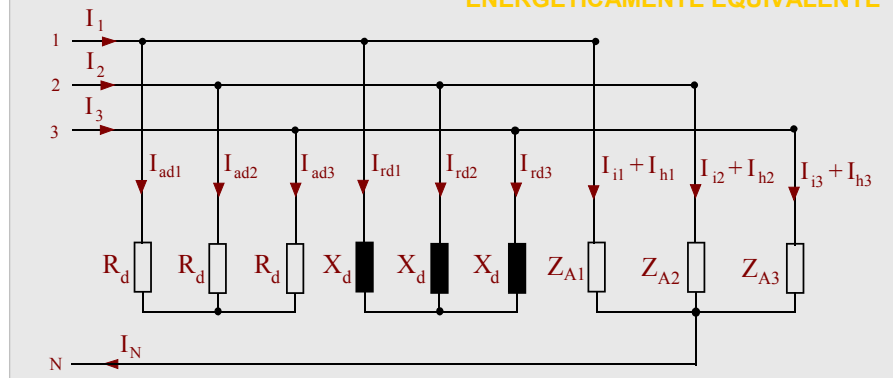
Las dos primeras son equilibradas formadas, respectivamente, por tres resistencias (R_d) y tres reactivancias (X_d). La tercera es desequilibrada.

Por las fases de la red de asimetría circulan las componentes inversa y homopolar.

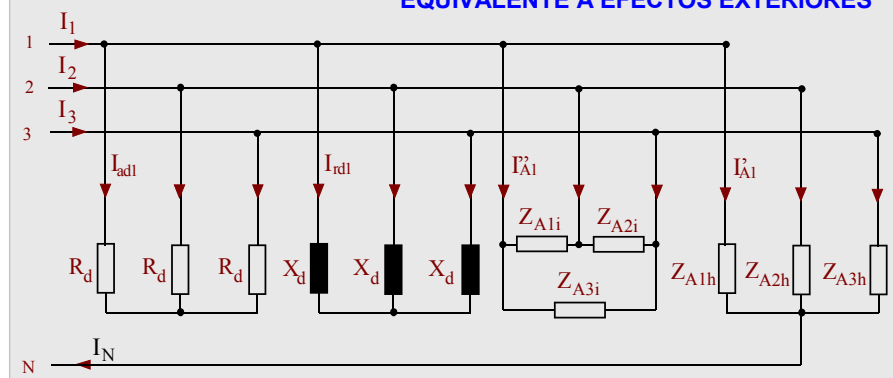
Se distinguen dos redes de asimetría:

- Energéticamente equivalente.
- Equivalente a efectos exteriores.

ENERGÉTICAMENTE EQUIVALENTE

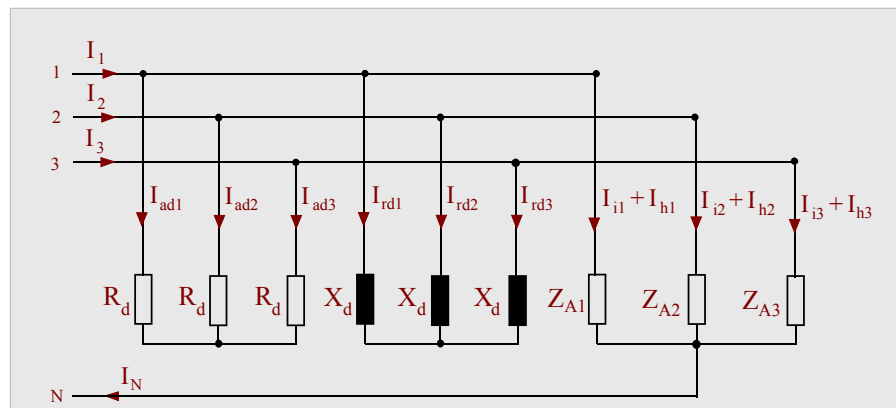


EQUIVALENTE A EFECTOS EXTERIORES



RECEPTORES EN ESTRELLA CON NEUTRO Y TENSIONES EQUILIBRADAS.

CIRCUITO ENERGÉTICAMENTE EQUIVALENTE.



Se caracterizan porque:

las corrientes de línea y las potencias instantáneas son las mismas que las del receptor real.

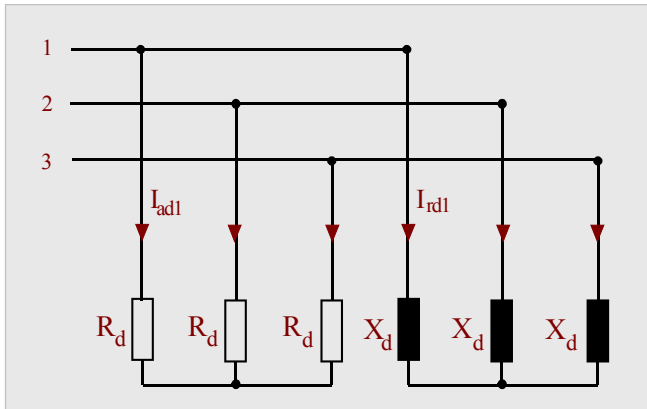
Se utilizan para:

- 1) analizar sistemas eléctricos,
- 2) conocer con exactitud los efectos de cada fenómeno.

CAPÍTULO 3

RECEPTORES EN ESTRELLA CON NEUTRO Y TENSIONES EQUILIBRADAS.

REDES DE TRANSFERENCIA DE ENERGÍA Y DE DESFASE.



Corrientes efectiva y de desfase:

$$\bar{I}_{ad1} = \frac{1}{3} \bar{V}_{d1} \cdot (G_1 + G_2 + G_3)$$

$$\bar{I}_{rd1} = \frac{1}{3} \bar{V}_{d1} \cdot (\bar{B}_1 + \bar{B}_2 + \bar{B}_3)$$

RED DE TRANSFERENCIA DE ENERGÍA.

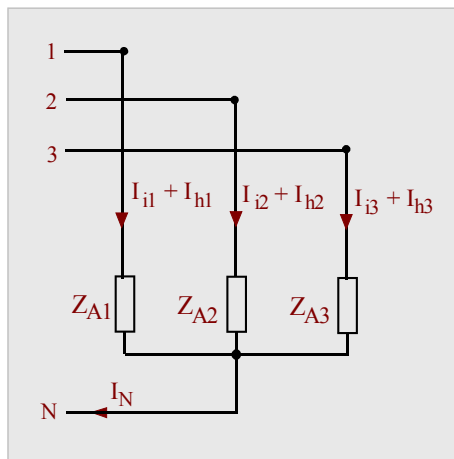
Resistencia directa:
$$R_d = \frac{\bar{V}_{d1}}{\bar{I}_{ad1}} = \frac{3}{G_1 + G_2 + G_3}$$

RED DE DESFASE.

Reactancia directa:
$$\bar{X}_d = \frac{\bar{V}_{d1}}{\bar{I}_{rd1}} = \frac{3}{\bar{B}_1 + \bar{B}_2 + \bar{B}_3}$$

RECEPTORES EN ESTRELLA CON NEUTRO Y TENSIONES EQUILIBRADAS.

RED DE ASIMETRÍA ENERGÉTICAMENTE EQUIVALENTE



$$1 + a = -a^2$$

$$a + a^2 = -1$$

$$1 + a^2 = -a$$

Corrientes:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{i1} + \bar{I}_{h1} &= \frac{1}{3} \bar{V}_{d1} (G_1 + aG_2 + a^2G_3 + \bar{B}_1 + a\bar{B}_2 + a^2\bar{B}_3) + \\ &+ \frac{1}{3} \bar{V}_{d1} (G_1 + a^2G_2 + aG_3 + \bar{B}_1 + a^2\bar{B}_2 + a\bar{B}_3) = \\ &= \frac{1}{3} \bar{V}_{d1} [2(G_1 + \bar{B}_1) - (G_2 + \bar{B}_2) - (G_3 + \bar{B}_3)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_{i2} + \bar{I}_{h2} &= \frac{1}{3} a \bar{V}_{d1} (G_1 + aG_2 + a^2G_3 + \bar{B}_1 + a\bar{B}_2 + a^2\bar{B}_3) + \\ &+ \frac{1}{3} \bar{V}_{d1} (G_1 + a^2G_2 + aG_3 + \bar{B}_1 + a^2\bar{B}_2 + a\bar{B}_3) = \\ &= \frac{1}{3} \bar{V}_{d1} [-(G_1 + \bar{B}_1) + 2(G_2 + \bar{B}_2) - (G_3 + \bar{B}_3)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_{i3} + \bar{I}_{h3} &= \frac{1}{3} a^2 \bar{V}_{d1} (G_1 + aG_2 + a^2G_3 + \bar{B}_1 + a\bar{B}_2 + a^2\bar{B}_3) + \\ &+ \frac{1}{3} \bar{V}_{d1} (G_1 + a^2G_2 + aG_3 + \bar{B}_1 + a^2\bar{B}_2 + a\bar{B}_3) = \\ &= \frac{1}{3} \bar{V}_{d1} [-(G_1 + \bar{B}_1) - (G_2 + \bar{B}_2) + 2(G_3 + \bar{B}_3)] \end{aligned}$$

RED DE ASIMETRÍA.

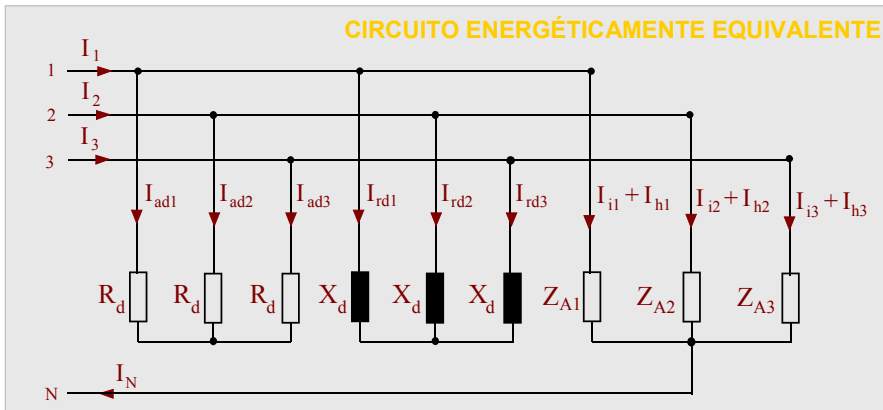
$$\bar{Z}_{A1} = \frac{\bar{V}_{d1}}{\bar{I}_{i1} + \bar{I}_{h1}} = \frac{3}{2(G_1 + \bar{B}_1) - G_2 - \bar{B}_2 - G_3 - \bar{B}_3}$$

$$\bar{Z}_{A2} = \frac{\bar{V}_{d2}}{\bar{I}_{i2} + \bar{I}_{h2}} = \frac{3}{-G_1 - \bar{B}_1 + 2(G_2 + \bar{B}_2) - G_3 - \bar{B}_3}$$

$$\bar{Z}_{A3} = \frac{\bar{V}_{d3}}{\bar{I}_{i3} + \bar{I}_{h3}} = \frac{3}{-G_1 - \bar{B}_1 - G_2 - \bar{B}_2 + 2(G_3 + \bar{B}_3)}$$

CAPÍTULO 3

RECEPTORES EN ESTRELLA CON NEUTRO Y TENSIONES EQUILIBRADAS.



RESUMEN:

RED DE TRANSFERENCIA DE ENERGÍA.

Resistencia directa:
$$R_d = \frac{\bar{V}_{d1}}{\bar{I}_{ad1}} = \frac{3}{G_1 + G_2 + G_3}$$

RED DE DESFASE.

Reactancia directa:
$$\bar{X}_d = \frac{\bar{V}_{d1}}{\bar{I}_{rd1}} = \frac{3}{B_1 + B_2 + B_3}$$

RED DE ASIMETRÍA.

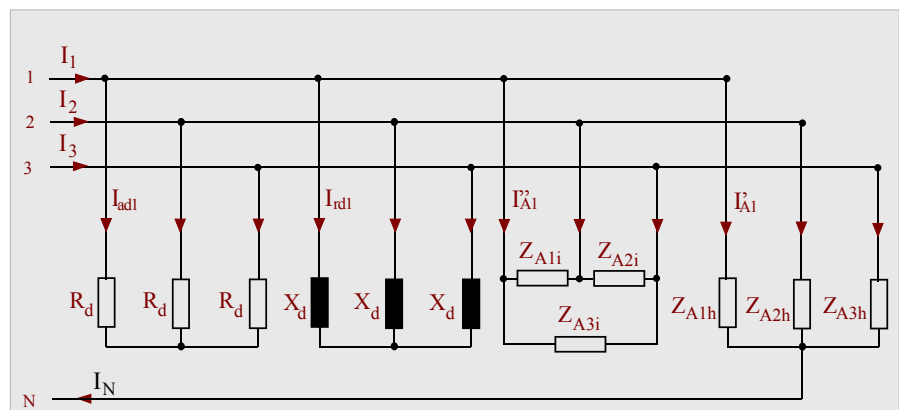
$$\bar{Z}_{A1} = \frac{\bar{V}_{d1}}{\bar{I}_{i1} + \bar{I}_{h1}} = \frac{3}{2(G_1 + \bar{B}_1) - G_2 - \bar{B}_2 - G_3 - \bar{B}_3}$$

$$\bar{Z}_{A2} = \frac{\bar{V}_{d2}}{\bar{I}_{i2} + \bar{I}_{h2}} = \frac{3}{-G_1 - \bar{B}_1 + 2(G_2 + \bar{B}_2) - G_3 - \bar{B}_3}$$

$$\bar{Z}_{A3} = \frac{\bar{V}_{d3}}{\bar{I}_{i3} + \bar{I}_{h3}} = \frac{3}{-G_1 - \bar{B}_1 - G_2 - \bar{B}_2 + 2(G_3 + \bar{B}_3)}$$

RECEPTORES EN ESTRELLA CON NEUTRO Y TENSIONES EQUILIBRADAS.

CIRCUITO EQUIVALENTE A EFECTOS EXTERIORES.



Se caracterizan porque:

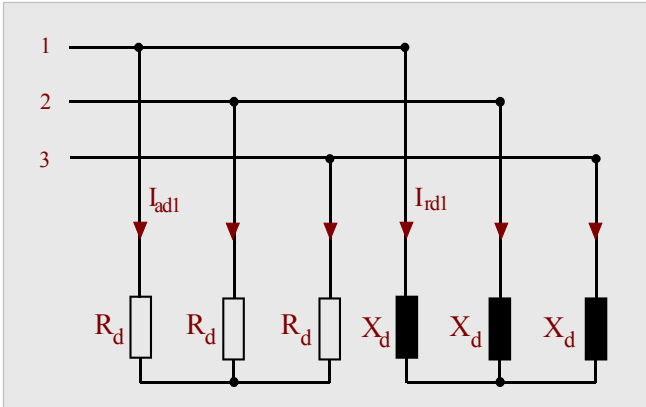
- 1) las corrientes de línea son las mismas que las del receptor real,
- 2) la potencia instantánea de asimetría no tiene los mismos términos que la del receptor real.

Se utiliza para obtener dispositivos de mejora de la eficiencia (*filtros de secuencia*).

CAPÍTULO 3

RECEPTORES EN ESTRELLA CON NEUTRO Y TENSIONES EQUILIBRADAS.

REDES DE TRANSFERENCIA DE ENERGÍA Y DE DESFASE.



Corrientes efectiva y de desfase:

$$\bar{I}_{ad1} = \frac{1}{3} \bar{V}_{d1} \cdot (G_1 + G_2 + G_3)$$

$$\bar{I}_{rd1} = \frac{1}{3} \bar{V}_{d1} \cdot (\bar{B}_1 + \bar{B}_2 + \bar{B}_3)$$

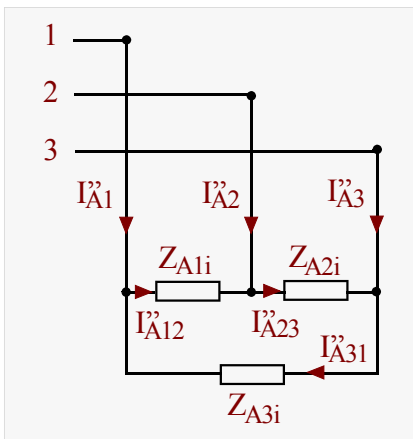
RED DE TRANSFERENCIA DE ENERGÍA.

Resistencia directa: $R_d = \frac{\bar{V}_{d1}}{\bar{I}_{ad1}} = \frac{3}{G_1 + G_2 + G_3}$

RED DE DESFASE.

Reactancia directa: $\bar{X}_d = \frac{\bar{V}_{d1}}{\bar{I}_{rd1}} = \frac{3}{\bar{B}_1 + \bar{B}_2 + \bar{B}_3}$

RECEPTORES EN ESTRELLA CON NEUTRO Y TENSIONES EQUILIBRADAS.



RED DE ASIMETRÍA. Inversa

$$\bar{Z}_{A1i} = \frac{\bar{V}_{d12}}{\bar{I}''_{A12}} = j \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{1}{G_1 - G_2}$$

$$\bar{Z}_{A2i} = \frac{\bar{V}_{d23}}{\bar{I}''_{A23}} = j \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{1}{G_2 - G_3}$$

$$\bar{Z}_{A3i} = \frac{\bar{V}_{d31}}{\bar{I}''_{A31}} = j \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{1}{G_3 - G_1}$$

Corrientes de línea:

$$\bar{I}''_{A1} = 2\bar{I}_{i1R}$$

$$\bar{I}''_{A2} = 2\bar{I}_{i2R}$$

$$\bar{I}''_{A3} = 2\bar{I}_{i3R}$$

Corrientes de fase:

$$\bar{I}''_{A12} = \frac{2}{\sqrt{3}} (\bar{I}_{i1R} - a\bar{I}_{h1R})|_{-30^\circ}$$

$$\bar{I}''_{A23} = \frac{2}{\sqrt{3}} (\bar{I}_{i2R} - a\bar{I}_{h2R})|_{-30^\circ}$$

$$\bar{I}''_{A31} = \frac{2}{\sqrt{3}} (\bar{I}_{i3R} - a\bar{I}_{h3R})|_{-30^\circ}$$

$$1-a = \sqrt{3}|_{-30^\circ} = ja^2\sqrt{3}$$

$$a-a^2 = j\sqrt{3}$$

$$1-a^2 = \sqrt{3}|_{30^\circ} = -ja\sqrt{3}$$

$$\bar{I}''_{A12} = \frac{2}{3\sqrt{3}} \bar{V}_{d1} [(G_1 + aG_2 + a^2G_3) - a(G_1 + a^2G_2 + aG_3)]|_{-30^\circ}$$

$$\bar{I}''_{A12} = \frac{2}{3} \bar{V}_{d1} (G_1 - G_2)|_{-60^\circ} = -j \frac{2}{3\sqrt{3}} \bar{V}_{d12} (G_1 - G_2)$$

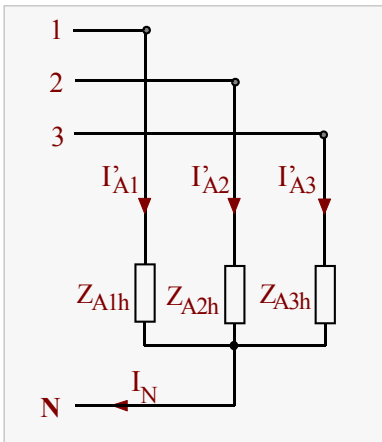
$$\bar{I}''_{A23} = \frac{2}{3\sqrt{3}} \bar{V}_{d1} [a(G_1 + aG_2 + a^2G_3) - a(G_1 + a^2G_2 + aG_3)]|_{-30^\circ}$$

$$\bar{I}''_{A12} = \frac{2}{3} \bar{V}_{d2} (G_2 - G_3)|_{-60^\circ} = -j \frac{2}{3\sqrt{3}} \bar{V}_{d23} (G_2 - G_3)$$

$$\bar{I}''_{A23} = \frac{2}{3\sqrt{3}} \bar{V}_{d1} [a^2(G_1 + aG_2 + a^2G_3) - a(G_1 + a^2G_2 + aG_3)]|_{-30^\circ}$$

$$\bar{I}''_{A31} = \frac{2}{3} \bar{V}_{d3} (G_3 - G_1)|_{-60^\circ} = -j \frac{2}{3\sqrt{3}} \bar{V}_{d31} (G_3 - G_1)$$

CAPÍTULO 3



RED DE ASIMETRÍA. (Homopolar)

$$\bar{Z}_{A1h} = \frac{\bar{V}_{d1}}{\bar{I}'_{A1}} = \frac{3}{-j\sqrt{3}(G_2 - G_3) + 2\bar{B}_1 - \bar{B}_2 - \bar{B}_3}$$

$$\bar{Z}_{A2h} = \frac{\bar{V}_{d2}}{\bar{I}'_{A2}} = \frac{3}{-j\sqrt{3}(G_3 - G_1) - \bar{B}_1 + 2\bar{B}_2 - \bar{B}_3}$$

$$\bar{Z}_{A3h} = \frac{\bar{V}_{d3}}{\bar{I}'_{A3}} = \frac{3}{-j\sqrt{3}(G_1 - G_2) - \bar{B}_1 - \bar{B}_2 + 2\bar{B}_3}$$

RECEPTORES EN ESTRELLA CON NEUTRO Y TENSIONES EQUILIBRADAS.

Corrientes:

$$\bar{I}'_{A1} = \bar{I}_{h1} + \bar{I}_{i1X} - \bar{I}_{i1R}$$

$$\bar{I}'_{A2} = \bar{I}_{h2} + \bar{I}_{i2X} - \bar{I}_{i2R}$$

$$\bar{I}'_{A3} = \bar{I}_{h3} + \bar{I}_{i3X} - \bar{I}_{i3R}$$

$$1-a = \sqrt{3}|_{-30^\circ} = ja^2\sqrt{3}$$

$$a-a^2 = j\sqrt{3}$$

$$1-a^2 = \sqrt{3}|_{30^\circ} = -ja\sqrt{3}$$

$$\bar{I}'_{A1} = \frac{1}{3}\bar{V}_{d1}(G_1 + a^2G_2 + aG_3) + \frac{1}{3}\bar{V}_{d1}(\bar{B}_1 + a^2\bar{B}_2 + a\bar{B}_3) - \frac{1}{3}\bar{V}_{d1}(G_1 + aG_2 + a^2G_3) + \frac{1}{3}\bar{V}_{d1}(\bar{B}_1 + a\bar{B}_2 + a^2\bar{B}_3)$$

$$\bar{I}'_{A1} = \frac{1}{3}\bar{V}_{d1}[-j\sqrt{3}(G_2 - G_3) + 2\bar{B}_1 - \bar{B}_2 - \bar{B}_3]$$

$$\bar{I}'_{A2} = \frac{1}{3}\bar{V}_{d1}(G_1 + a^2G_2 + aG_3) + \frac{1}{3}\bar{V}_{d1}(\bar{B}_1 + a^2\bar{B}_2 + a\bar{B}_3) - \frac{1}{3}a\bar{V}_{d1}(G_1 + aG_2 + a^2G_3) + \frac{1}{3}a\bar{V}_{d1}(\bar{B}_1 + a\bar{B}_2 + a^2\bar{B}_3)$$

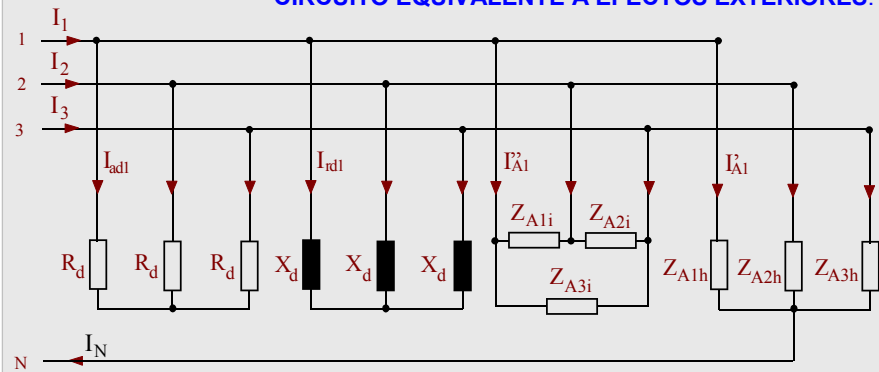
$$\bar{I}'_{A2} = \frac{1}{3}a^2\bar{V}_{d1}[-j\sqrt{3}(G_3 - G_1) - \bar{B}_1 + 2\bar{B}_2 - \bar{B}_3]$$

$$\bar{I}'_{A3} = \frac{1}{3}\bar{V}_{d1}(G_1 + a^2G_2 + aG_3) + \frac{1}{3}\bar{V}_{d1}(\bar{B}_1 + a^2\bar{B}_2 + a\bar{B}_3) - \frac{1}{3}a^2\bar{V}_{d1}(G_1 + aG_2 + a^2G_3) + \frac{1}{3}a^2\bar{V}_{d1}(\bar{B}_1 + a\bar{B}_2 + a^2\bar{B}_3)$$

$$\bar{I}'_{A3} = \frac{1}{3}a\bar{V}_{d1}[-j\sqrt{3}(G_1 - G_2) - \bar{B}_1 - \bar{B}_2 + 2\bar{B}_3]$$

RECEPTORES EN ESTRELLA CON NEUTRO Y TENSIONES EQUILIBRADAS.

CIRCUITO EQUIVALENTE A EFECTOS EXTERIORES.



RESUMEN:

RED DE ASIMETRÍA. Inversa

$$\bar{Z}_{A1i} = \frac{\bar{V}_{d12}}{\bar{I}''_{A12}} = j\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{1}{G_1 - G_2}$$

$$\bar{Z}_{A2i} = \frac{\bar{V}_{d23}}{\bar{I}''_{A23}} = j\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{1}{G_2 - G_3}$$

$$\bar{Z}_{A3i} = \frac{\bar{V}_{d31}}{\bar{I}''_{A31}} = j\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{1}{G_3 - G_1}$$

RED DE TRANSFERENCIA DE ENERGÍA.

Resistencia directa: $R_d = \frac{\bar{V}_{d1}}{\bar{I}_{ad1}} = \frac{3}{G_1 + G_2 + G_3}$

RED DE DESFASE.

Reactancia directa: $\bar{X}_d = \frac{\bar{V}_{d1}}{\bar{I}_{rd1}} = \frac{3}{\bar{B}_1 + \bar{B}_2 + \bar{B}_3}$

RED DE ASIMETRÍA. (Homopolar)

$$\bar{Z}_{A1h} = \frac{\bar{V}_{d1}}{\bar{I}'_{A1}} = \frac{3}{-j\sqrt{3}(G_2 - G_3) + 2\bar{B}_1 - \bar{B}_2 - \bar{B}_3}$$

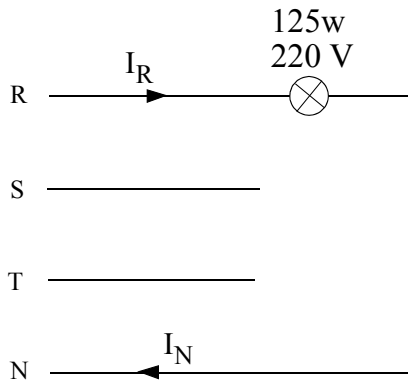
$$\bar{Z}_{A2h} = \frac{\bar{V}_{d2}}{\bar{I}'_{A2}} = \frac{3}{-j\sqrt{3}(G_3 - G_1) - \bar{B}_1 + 2\bar{B}_2 - \bar{B}_3}$$

$$\bar{Z}_{A3h} = \frac{\bar{V}_{d3}}{\bar{I}'_{A3}} = \frac{3}{-j\sqrt{3}(G_1 - G_2) - \bar{B}_1 - \bar{B}_2 + 2\bar{B}_3}$$

CAPÍTULO 3

EJEMPLO 3.9:

Determinar los circuitos equivalentes de una lámpara de vapor de sodio de 125 W, 220 V, $\cos \phi = 0,4$, conectada entre las fases R y el neutro de la red eléctrica trifásica de 380 V de tensión de línea, de 50 Hz, secuencia directa, despreciando la no linealidad de la lámpara.



SOLUCIÓN:

La resistencia y la reactancia de cada lámpara valen:

$$R = \frac{V_L^2}{P_L} = \frac{220^2}{125} = 387,2 \, \Omega \quad X = \frac{V_L^2}{Q_L} = 169 \, \Omega$$

Conductancias y susceptancias del receptor trifásico:

$$G_1 = 0,00258 \, \Omega^{-1} \quad G_2 = G_3 = 0 \\ B_1 = 0,0059 \, \Omega^{-1} \quad B_2 = B_3 = 0$$

CIRCUITO EQUIVALENTE:

Resistencia directa: $R_d = \frac{3}{G_1 + G_2 + G_3} = 1161,6 \, \Omega$

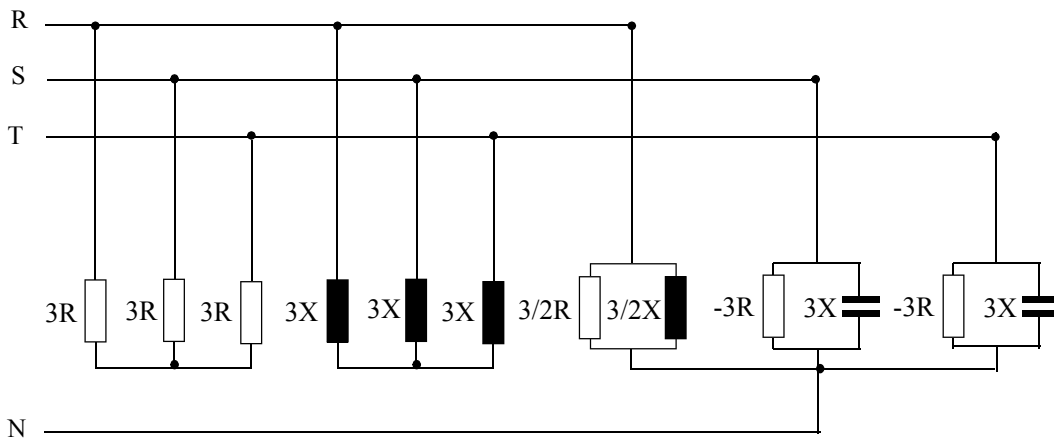
Reactancia directa: $\bar{X}_d = \frac{3}{\bar{B}_1 + \bar{B}_2 + \bar{B}_3} = j507 \, \Omega \quad L_d = 1,61 \, \text{H}$

Red de asimetría energéticamente equivalente:

$$\bar{Z}_{A1} = \frac{3}{2(G_1 + \bar{B}_1) - G_2 - \bar{B}_2 - G_3 - \bar{B}_3} = 232,9 \angle_{66,42^\circ} \, \Omega$$

$$\bar{Z}_{A2} = \frac{3}{-G_1 - \bar{B}_1 + 2(G_2 + \bar{B}_2) - G_3 - \bar{B}_3} = -465,88 \angle_{66,42^\circ} \, \Omega$$

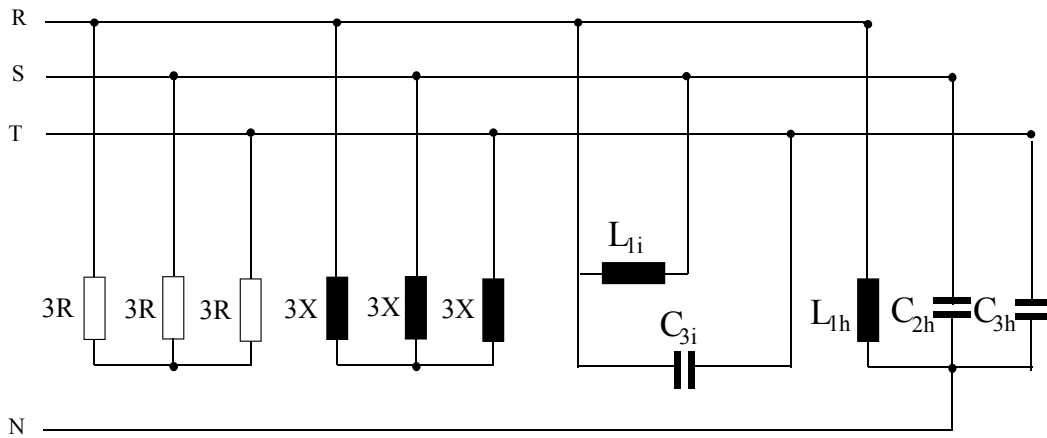
$$\bar{Z}_{A3} = \frac{3}{-G_1 - \bar{B}_1 - G_2 - \bar{B}_2 + 2(G_3 + \bar{B}_3)} = -465,88 \angle_{66,42^\circ} \, \Omega$$



Elementos de la red de asimetría energéticamente equivalente:

$$R_{A1} = \frac{3}{2}R = 580,8 \, \Omega \quad R_{A2} = R_{A3} = -3R = -1161,6 \, \Omega \\ \bar{X}_{A1} = \frac{3}{2}\bar{X} = j253,5 \, \Omega \quad \bar{X}_{A2} = \bar{X}_{A3} = -3\bar{X} = -j507 \, \Omega \\ L_{A1} = 0,807 \, \text{H} \quad C_{A2} = C_{A3} = 6,28 \, \mu\text{F}$$

CAPÍTULO 3



Red de asimetría equivalente a efectos exteriores:

Conexión en triángulo.

$$\begin{aligned}\bar{Z}_{A1i} &= j \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{1}{G_1 - G_2} = j1006 \, \Omega & L_{1i} &= 3,2 \, \text{H} \\ \bar{Z}_{A2i} &= j \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{1}{G_2 - G_3} = \infty \\ \bar{Z}_{A3i} &= j \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{1}{G_3 - G_1} = -j1006 \, \Omega & C_{3i} &= 3,16 \, \mu\text{F}\end{aligned}$$

Conexión en estrella.

$$\begin{aligned}\bar{Z}_{A1h} &= \frac{3}{-j\sqrt{3}(G_2 - G_3) + 2\bar{B}_1 - \bar{B}_2 - \bar{B}_3} = j254,2 \, \Omega & L_{1h} &= 0,81 \, \text{H} \\ \bar{Z}_{A2h} &= \frac{3}{-j\sqrt{3}(G_3 - G_1) - \bar{B}_1 + 2\bar{B}_2 - \bar{B}_3} = -j289,33 \, \Omega & C_{2h} &= 11 \, \mu\text{F} \\ \bar{Z}_{A3h} &= \frac{3}{-j\sqrt{3}(G_1 - G_2) - \bar{B}_1 - \bar{B}_2 + 2\bar{B}_3} = -j2096 \, \Omega & C_{3h} &= 1,518 \, \mu\text{F}\end{aligned}$$